

**DISEÑO, CONSTRUCCIÓN Y CONTROL DE UN SISTEMA  
ELECTROMECAÁNICO SUBACTUADO; EL SISTEMA  
“BOLA-VIGA”**

**ALBERTO JOSÉ ECHEVERRÍA REINA  
RUBÉN HERNANDO VACA ALZATE**

**UNIVERSIDAD AUTÓNOMA DE OCCIDENTE  
FACULTADA DE INGENIERÍA  
DEPARTAMENTO DE AUTOMATICA Y ELECTRÓNICA  
PROGRAMA DE INGENIERÍA MECATRÓNICA  
SANTIAGO DE CALÍ  
2006**

**DISEÑO, CONSTRUCCIÓN Y CONTROL DE UN SISTEMA  
ELECTROMECAÁNICO SUBACTUADO; EL SISTEMA  
“BOLA-VIGA”**

**ALBERTO JOSÉ ECHEVERRÍA REINA  
RUBÉN HERNANDO VACA ALZATE**

**Trabajo de grado para optar el título de  
Ingeniero Mecatrónico**

**Director  
FREDDY NARANJO PÉREZ  
Ingeniero Mecánico, MSC, PHD**

**UNIVERSIDAD AUTÓNOMA DE OCCIDENTE  
FACULTAD DE INGENIERÍA  
DEPARTAMENTO DE AUTOMATICA Y ELECTRÓNICA  
PROGRAMA DE INGENIERÍA MECATRÓNICA  
SANTIAGO DE CALÍ  
2006**

Nota de aceptación:

Trabajo aprobado por el comité de grado en cumplimiento de los requisitos exigidos por la Universidad Autónoma de Occidente para optar al título de Ingeniero Mecatrónico.

**JIMMY TOMBE ANDRADE**

---

**Jurado**

**JUAN CARLOS MENA**

---

**Jurado**

Santiago de Calí, 27 de abril del 2006

Dedico este trabajo primero a Dios por darme la sabiduría semestre tras semestre y para la realización de este proyecto. A mis padres por confiar y apoyarme incondicionalmente en todas mis actividades académicas y emocionales, a todos los profesores que contribuyeron a mi formación profesional, a mis compañeros de estudio por sus consejos que ayudaron a fortalecer mis conocimientos, a mis hermanos por quienes luche para darles buen ejemplo y a mis amigos que también creyeron en mí. Todas estas personas y a Dios infinitas gracias por brindarme su respectivo aporte para hacer de mí un hombre maduro, noble y listo para enfrentar la vida de una forma honesta y honorable.

Alberto José Echeverría Reina

Quiero expresar mis más sinceros agradecimientos primero que todo a Dios, a mi familia que incondicionalmente siempre me ha apoyado en lo que he hecho y pienso hacer, a mis compañeros que me acompañaron en las “verdes” y en las “maduras”, a los profesores de quienes siempre tuve respuesta a mis dudas, a nuestro director de proyecto que nos guió y depositó su confianza durante el desarrollo del proyecto y a todas aquellas personas que hicieron posible mi formación como profesional.

Rubén Hernando Vaca Alzate

## **AGRADECIMIENTOS**

Agradecimientos muy sinceros a todos los profesores que aportaron sus conocimientos durante nuestra formación académica.

A nuestro director Freddy Naranjo Pérez, al Ingeniero Cesar Marino Rojas por sus aportes en el proyecto.

A la Vicerrectoría de Investigaciones y Desarrollo Tecnológico de la Universidad Autónoma de occidente por darnos la oportunidad de presentar y realizar este proyecto bajo su respaldo.

## CONTENIDO

	Pág.
RESUMEN	17
INTRODUCCIÓN	18
1. JUSTIFICACIÓN	19
2. OBJETIVOS	20
2.1 OBJETIVO GENERAL	20
2.2 OBJETIVOS ESPECÍFICOS	20
3. PLANEACIÓN DEL PROYECTO	21
3.1 PLANTEAMIENTO DE LA MISIÓN	21
3.1.1 Descripción del producto	21
3.1.2 Premisas y restricciones	21
3.1.3 Partes implicadas	21
3.2 IDENTIFICACIÓN DE NECESIDADES	22
3.3 ORGANIZACIÓN DE LAS NECESIDADES	24
3.4 ESPECIFICACIONES TECNICAS PREELIMINARES	26
3.4.1 Establecimiento de las necesidades con unidades métricas	26
3.4.2 Relación entre métricas y necesidades	27
3.4.3 Evaluación de la satisfacción de necesidades en productos	
Competidores (Benchmarking)	28
3.4.4 Evaluación de métricas en productos competidores (Benchmarking)	29

3.4.5 Asignación de valores preeliminares	29
3.5 ANTECEDENTES	31
4. GENERACIÓN DE CONCEPTOS	32
4.1 CLARIFICACIÓN DEL PROBLEMA	32
4.2 DESCOMPOSICIÓN FUNCIONAL	32
4.3 GENERACIÓN DE COCEPTOS PARA SUBFUNCIONES CRÍTICAS	33
4.3.1 Árbol de clasificación convertir energía a movimiento rotacional	34
4.3.2 Árbol de clasificación sensor la posición de la bola	35
4.3.3 Árbol de clasificación sensor el ángulo de la viga	35
4.4 COMBINACIÓN DE CONCEPTOS	36
4.4.1 Concepto A	36
4.4.2 Concepto B	37
4.4.3 Concepto C	37
4.4.4 Concepto D	38
4.4.5 Concepto E	39
4.4.6 Concepto F	39
4.4.7 Concepto G	40
4.4.8 Concepto H	40
5. SELECCIÓN DE CONEPTOS	41
5.1 SELECCIÓN DEL CRITERIO DE EVALUACIÓN	41
5.2 CRITERIO DE EVALUACIÓN SELECCIONADOS	41
5.3 SELECCIÓN DEL CRITERIO DE REFERENCIA	41
5.4 PONDERACIÓN DE CONCEPTOS	42

5.5 MATRIZ PARA EL TAMIZAJE DE CONCEPTOS	43
5.6 MATRIZ PARA EVALUAR CONCEPTOS	44
5.7 ESPECIFICACIONES FINALES	45
6. SELECCIÓN DE LA ARQUITECTURA DEL PRODUCTO	46
6.1 ANÁLISIS DE LA ARQUITECTURA DEL PRODUCTO	46
6.2 INTERACCIONES ENTRE ELEMENTOS FÍSICOS Y FUNCIONALES	46
6.3 ESQUEMA DEL PRODUCTO	47
6.4 DISTRIBUCIÓN GEOMÉTRICA	48
6.5 INTERACCIONES INCIDENTALES	48
6.6 ARQUITECTURA DEL SISTEMA ELECTRÓNICO	49
7. DISEÑO INDUSTRIAL	50
7.1 VALORACIÓN DEL DISEÑO INDUSTRIAL	50
7.1.1 Necesidades ergonómicas	50
7.1.2 Necesidades estéticas	51
7.1.3 Clasificación y naturaleza del producto	51
7.2 IMPACTO DEL DISEÑO INDUSTRIAL	52
7.2.1 Interfaces de usuario	52
7.2.2 Facilidades de mantenimiento y reparación	52
7.2.3 Uso apropiado de los recursos	53
7.2.4 Diferenciación del producto	53
7.3 VALORACIÓN DE LA CALIDAD EN EL DISEÑO INDUSTRIAL	53
8. DISEÑO PARA MANUFACTURA Y ENSAMBLE	54
8.1 ANÁLISIS DE DISEÑO PARA MANUFACTURA (DPM)	54



8.1.1 Lista de componentes electrónicos	54
8.1.2 Lista de componentes mecánicos	56
8.1.3 Lista de otros componentes	57
8.2 ANÁLISIS DE DISEÑO PARA ENSAMBLE	58
8.2.1 Reducción del costo de ensamble	58
8.2.2 Maximización de la facilidad del ensamble	58
8.2.3 Costos de ensamble y manufactura de piezas	59
9. PROTOTIPADO	61
10. DISEÑO DETALLADO	63
10.1 MODELO MATEMÁTICO DEL SISTEMA BOLA-VIGA	63
10.1.1 Linealización del modelo matemático	70
10.1.2 Análisis de estabilidad del sistema	73
10.1.3 Análisis de controlabilidad del sistema	75
10.1.4 Análisis de observabilidad del sistema	76
10.2 SELECCIÓN DE SENSORES	78
10.2.1 Selección del sensor para medir la posición de la bola	78
10.2.1.1 Sensor infrarrojo (Sharp GP2D12)	78
10.2.2.2 Sensor resistivo (alambre resistivo)	80
10.2.2 Selección del sensor para medir el ángulo de la viga	82
10.2.2.1 Sensor resistivo (potenciómetro rotacional)	82
10.2.2.2 Sensor óptico	83
10.3 SELECCIÓN DL ACTUADOR	86
10.3.1 Calculo del torque requerido	86

10.3.2	Calculo de la velocidad angular requerida	87
10.3.2	Búsqueda del actuador	88
10.4	DISEÑO MECÁNICO DEL SISTEMA	91
10.5	DISEÑO DEL SISTEMA ELECTRICO	93
10.5.1	Fuente DC de poder	93
10.5.2	Circuito de instrumentación	94
10.5.2.1	Diseño de un filtro para la señal del sensor resistivo	97
10.5.2.2	Acondicionamiento de -5 a 5 V DC para la señal del sensor resistivo	99
10.5.2.3	Acondicionamiento de 0 - 5 V DC para la señal del sensor resistivo	101
10.5.3	Circuito del microcontrolador	103
10.6	DISEÑO DE CONTROLADORES PARA EL SISTEMA BOLA-VIGA	105
10.6.1	Diseño de controladores dentro del espacio de estado	105
10.6.1.1	Diseño de un regulador por realimentación del estado mediante asignación de polos (AP)	105
10.6.1.2	Diseño de un regulador por realimentación del estado mediante LQR	111
10.6.1.3	Diseño de un seguidor de referencia por realimentación del estado mediante asignación de polos (AP)	116
10.6.1.4	Diseño de un seguidor de referencia por realimentación del estado mediante LQR	123
10.6.1.5	Diseño de un controlador de ganancias planificadas	128
10.7	RESULTADO FINAL DEL DESARROLLO	137
10.8	DESARROLLO DEL SOTWARE DE SIMULACIÓN	138
10.8.1	Requerimientos del software	138

10.8.2 Diagrama de casos de uso	140
11. CONSLUSIONES	142
12. RECOMENDACIONES	144
13. FUTURAS MEJORAS	145
BIBLIOGRAFÍA	146
ANEXOS	148

## LISTA DE ILUSTRACIONES

	Pág.
Ilustración 1. Bola-Viga de la empresa QUANSER	31
Ilustración 2. Bola-Viga del MIT	31
Ilustración 3. Diagrama de Caja Negra	32
Ilustración 4. Descomposición Funcional	33
Ilustración 5. Árbol de clasificación convertir energía a movimiento rotacional	34
Ilustración 6. Árbol de clasificación sensar la posición de la bola	35
Ilustración 7. Árbol de clasificación sensar el ángulo de la viga	35
Ilustración 8. Bosquejo del concepto A	37
Ilustración 9. Bosquejo del concepto B	37
Ilustración 10. Bosquejo del concepto C	38
Ilustración 11. Bosquejo del concepto D	38
Ilustración 12. Bosquejo del concepto E	39
Ilustración 13. Bosquejo del concepto F	39
Ilustración 14. Bosquejo del concepto G	40
Ilustración 15. Bosquejo del concepto H	40
Ilustración 16. Interacción entre elementos físicos y funcionales	46
Ilustración 17. Esquema general del Producto por bloques funcionales (chunks)	47
Ilustración 18. Distribución espacial de los diferentes bloques funcionales	49
Ilustración 19. Interacciones Incidentales	49
Ilustración 20. Valoración de la ergonomía dentro del Diseño Industrial	51
Ilustración 21. Valoración de la estética dentro del Diseño Industrial	51
Ilustración 22. Clasificación y naturaleza del producto	51
Ilustración 23. Valoración de calidad del Diseño Industrial	53
Ilustración 24. Esquema de ensamble general	60
Ilustración 25. Diagrama de representación de los prototipos	62
Ilustración 26. Boceto del sistema	63
Ilustración 27. Representación esquemática de un motor DC	66

Ilustración 28. Lugar geométrico de las raíces	75
Ilustración 29. Conexión del sensor	79
Ilustración 30. Salida del sensor $V_0$	79
Ilustración 31. Potenciómetro rotacional	83
Ilustración 32. Disco transparente de un encoder a) incremental b) absoluto	84
Ilustración 33. Sensor inteligente Vishay	84
Ilustración 34. Boceto para el cálculo del torque requerido	86
Ilustración 35. Boceto para el cálculo de la velocidad angular requerida	87
Ilustración 36. Base	91
Ilustración 37. Estructura del sistema Bola-Viga	91
Ilustración 38. Esquemático de la fuente de Poder	92
Ilustración 39. Puente Wheatstone	94
Ilustración 40. Puente Wheatstone con un filtro implementado	97
Ilustración 41. Circuito para determinar la resistencia equivalente	98
Ilustración 42. Señal aterrizada con un amplificador diferencial	99
Ilustración 43. Señal Acondicionada empleando el INA 128	100
Ilustración 44. señal entregada por el sensor	101
Ilustración 45. Esquemático del conversor -5 a 5 V DC a 0 – 5 V DC	102
Ilustración 46. Esquemático completo del circuito de instrumentación	103
Ilustración 47. Esquemático Circuito Microcontrolador para visualización	104
Ilustración 48. Regulador implementado en simulink	107
Ilustración 49. Subsistema Bola-Viga en simulink	107
Ilustración 50. Respuesta temporal de la posición de la bola (AP)	108
Ilustración 51. Respuesta temporal de la velocidad de la bola (AP)	108
Ilustración 52. Respuesta temporal del ángulo de la viga (AP)	109
Ilustración 53. Respuesta temporal de la velocidad angular de la viga (AP)	109
Ilustración 54. Esfuerzo de control (AP)	110
Ilustración 55. Respuesta temporal de la posición de la bola (LQR)	113
Ilustración 56. Respuesta temporal de la velocidad de la bola (LQR)	113
Ilustración 57. Respuesta temporal del ángulo de la viga (LQR)	114
Ilustración 58. Respuesta temporal de la velocidad angular de la viga (LQR)	114

Ilustración 59. Esfuerzo de control (LQR)	115
Ilustración 60. Bucla de control implementado en simulink	117
Ilustración 61. Respuesta temporal inestable de la posición de la bola (Seguidor AP)	118
Ilustración 62. Esfuerzo de control inestable (Seguidor AP)	118
Ilustración 63. Respuesta temporal de la posición de la bola (Seguidor AP)	120
Ilustración 64. Respuesta temporal de la velocidad de la bola (Seguidor AP)	120
Ilustración 65. Respuesta temporal del ángulo de la viga (Seguidor AP)	121
Ilustración 66. Respuesta temporal de la velocidad angular de la viga (Seguidor AP)	121
Ilustración 67. Esfuerzo de control (Seguidor AP)	122
Ilustración 68. Respuesta temporal de la posición de la bola (Seguidor LQR)	124
Ilustración 69. Respuesta temporal de la velocidad de la bola (Seguidor LQR)	125
Ilustración 70. Respuesta temporal del ángulo de la viga (Seguidor LQR)	125
Ilustración 71. Respuesta temporal de la velocidad angular de la viga (Seguidor LQR)	126
Ilustración 72. Esfuerzo de control (Seguidor LQR)	126
Ilustración 73. Grafica del polinomio 1	130
Ilustración 74. Grafica del polinomio 2	131
Ilustración 75. Grafica del polinomio 3	131
Ilustración 76. Grafica del polinomio 4	132
Ilustración 77. Grafica del polinomio integral	132
Ilustración 78. Esquema de control GP implementado en simulink	133
Ilustración 79. Subsistema Ganancias Planificadas implementado en simulink	134
Ilustración 80. Respuesta temporal de la posición de la bola (GP)	134
Ilustración 81. Respuesta temporal de la velocidad de la bola (Seguidor GP)	135
Ilustración 82. Respuesta temporal del ángulo de la viga (Seguidor GP)	135
Ilustración 83. Respuesta temporal de la velocidad angular de la viga (Seguidor GP)	136
Ilustración 84. Esfuerzo de control (Seguidor GP)	136
Ilustración 85. Fotografía del sistema Bola-Viga Desarrollado	137
Ilustración 86. Diagrama de casos de uso	140
Ilustración 87. Interfaz principal del software desarrollado	141

## LISTA DE TABLAS

	Pág.
Tabla 1. Necesidades identificadas	22
Tabla 2. Organización de las necesidades	24
Tabla 3. Necesidades Vs. unidades métricas	26
Tabla 4. Relación entre métricas y necesidades	27
Tabla 5. Evaluación de necesidades en otros competidores (Benchmarking)	28
Tabla 6. Evaluación de métricas en productos competidores (Benchmarking)	29
Tabla 7. Especificaciones técnicas preliminares	30
Tabla 8. Tabla de combinación de conceptos	36
Tabla 9. Tabla de ponderación de conceptos	42
Tabla 10. Matriz para el tamizaje de conceptos	43
Tabla 11. Matriz para evaluar conceptos	44
Tabla 12. Especificaciones técnicas finales	45
Tabla 13. Lista de componentes electrónicos	54
Tabla 14. Lista de componentes mecánicos	56
Tabla 15. Lista de otros componentes	57
Tabla 16. Costos de ensamble y manufactura de piezas	59
Tabla 17. Parámetros del sistema	73
Tabla 18. Propiedades comparativas del níquel cromo y ferro níquel	80
Tabla 19. Especificaciones del encoder Vishay	85
Tabla 20. Características del motoreductor	70
Tabla 21. Conversión -5 a 5 V DC a 0 – 5 V DC	102
Tabla 22. Parámetros de los reguladores en cada punto de operación deseado	129
Tabla 23. Requerimientos del software	138

## LISTA DE ANEXOS

	Pág.
Anexo A. Planos Mecánicos	148
Anexo B. Planos Eléctricos	162
Anexo C. Diseño de interfaces y código fuente del software de simulación	172
Anexo D. Manual de usuario del software de simulación	203
Anexo E. Datasheet del motoreductor	199
Anexo F. Datasheet del encoger inteligente	215
Anexo G. Códigos en matlab para el cálculo de los parámetros de los controladores	221
Anexo H. Paper	225



## RESUMEN

En este documento se muestra detalladamente el proceso de diseño y desarrollo de un sistema electromecánico subactuado denominado Bola-Viga. Se identifican y se analizan las necesidades encontradas que generan la posterior investigación de antecedentes acerca de este proyecto y otros sistemas subactuados que permiten implementar técnicas de control moderno, control no lineal, lógica difusa y demás técnicas fuera de lo común y poco implementadas a nivel industrial, a partir de lo anterior se efectúa el proceso de generación y selección de conceptos para cumplir y satisfacer las funciones y especificaciones deseadas. En este proceso de diseño se expone las diferentes fases como la selección de la arquitectura del producto, diseño industrial, criterios de diseño para la manufactura y ensamble y prototipado. Estas fases ayudan a complementar el desarrollo de la planta (Bola-Viga).

Adjuntamente se explica el diseño detallado acerca de la selección del actuador y los sensores que se utilizaron, el diseño de las piezas soportado por los respectivos planos, vistas en explosión y el ensamble final tridimensional.

El sistema electrónico se explica detalladamente mostrando la selección de los componentes como los planos esquemáticos que permiten el funcionamiento. Además las buclas de control diseñadas exponen clara y detalladamente las técnicas de control aplicadas.

Por ultimo se explica claramente como el prototipo virtual desarrollado es llevado a un ambiente de programación en visual Basic y ayudado con la herramienta DirectX se logra desarrollar un software que permite que el usuario interactúe con el sistema como si estuviera manipulando el prototipo real ya que el software permite introducir parámetros del controlador, parámetros del sistema físico, introducir condiciones iniciales, setpoints etc. Para obtener una animación que simula las acciones del controlador y el comportamiento natural del prototipo virtual.

## INTRODUCCIÓN

En la actualidad la automatización de los procesos en grandes y medianas industrias permite agilizar la producción y a su vez la calidad del producto dando como resultado mayor eficiencia a la hora de ahorrar energía, mejor rendimiento de la maquinaria y lo mejor mayores ingresos y estabilidad económica de una empresa a mediano plazo.

Según un estudio el 95% de la automatización industrial implementan controladores PID en plataformas como los microcontroladores y PLCs.

Cuando un proceso llega a complicarse ya sea por su no linealidad, complejidad etc. Y dichas técnicas de control PID no logran satisfacer completamente la automatización del proceso entonces ¿a que se recurre? Pues bien, en este trabajo y por medio del sistema desarrollado permitirá que el estudiante, Ingeniero etc. Pueda implementar técnicas de control novedosas y eficientes pero poco implementadas en la industria como el uso de la lógica difusa, técnicas de control moderno, control no lineal etc. De hecho hasta el mismo PID puede ser implementado en la planta desarrollada.

Finalmente este documento muestra claramente el diseño de alguna de esas técnicas de control poco usadas para controlar el sistema Bola-Viga y se mostrara la eficiencia de estos controladores como su velocidad de respuesta, poco esfuerzo de control etc.

## **1. JUSTIFICACIÓN**

El sistema a desarrollar es un dispositivo apropiado para el análisis experimental de sistemas no lineales e inestables de cierta complejidad, y constituye un recurso muy útil para la realización de prácticas de diseño e implementación de sistemas de control.

El problema cubre una gran variedad de aspectos de ingeniería, dentro de los cuales se encuentran estudios en física, materiales de ingeniería, sistemas de control, dinámica de sistemas, diseño mecánico, procesamiento digital de señales y sistemas micro computarizados, apropiados para la aplicación de conocimientos en el área del diseño de sistemas Mecatrónicos.

El aporte para los estudiantes de ingeniería de la UAO es importante ya que el sistema permitirá la implementación de controladores lineales, no lineales y control inteligente. Además les permitirá iniciarse en el estudio de los sistemas no lineales, los cuales poseen muchas aplicaciones tales como el control de helicópteros, aviones, satélites, cohetes e innumerables sistemas no lineales de gran importancia para la humanidad.

El desarrollo de prototipos virtuales en 3D es de gran importancia debido a que representa la posibilidad de implementar sistemas mecánicos interactivos sin necesidad de su construcción física, consiguiendo con ello reducción de costos y de tiempo, además brinda una idea de cómo funcionaría el prototipo físico real.

Los prototipos virtuales permiten una visualización muy cercana a la realidad de prototipos físicos; debido a esto se utilizan para el monitoreo de plantas a distancia, en las cuales podría ser peligroso la presencia física de un operario.

## **2. OBJETIVOS**

### **2.1 OBJETIVO GENERAL**

- Diseñar y construir el sistema Bola-Viga que permita controlar la posición de una bola sobre una barra que se encuentra articulada en el centro.

### **2.2 OBJETIVOS ESPECÍFICOS**

- Calcular el modelo matemático aplicando el método de energía de Lagrange que permita describir la dinámica del sistema y estudiar su posible linealización.
- Realizar análisis de controlabilidad y observabilidad al sistema.
- Seleccionar los sensores adecuados para la medición de las variables del sistema y diseñar la electrónica encargada del acondicionamiento de las señales.
- Seleccionar el actuador que cumpla con los requerimientos de torque y velocidad para el sistema.
- Diseñar las piezas mecánicas del sistema y mostrar su respectivo ensamble incluyendo el actuador y los sensores.
- Diseñar controladores que permitan al sistema en lazo cerrado controlar la posición de la bola sobre cualquier parte de la viga.
- Desarrollar un prototipo virtual tridimensional en un ambiente de programación que sea interactivo con el usuario.

### 3. PLANEACIÓN DEL PROYECTO

#### 3.1 PLANTEAMIENTO DE LA MISIÓN

**3.1.1 Descripción del producto** Diseñar y construir un sistema electromecánico subactuado denominado “Bola-Viga” para que personas implicadas en el área de la automática puedan fácilmente implementar distintas técnicas de control, como el control moderno, control no lineal, control difuso, control neuronal etc. Para ello el sistema debe contar con un sensor de posición angular para la viga y un sensor de posición lineal para la bola cuando esta se desplace a lo largo de la viga. Estos sensores deberán contar con un sistema de acondicionamiento de sus señales para obtener una medida confiable a la hora de controlar. Básicamente el sistema mecánico cuenta con una base en la cual internamente se instalara todos los circuitos electrónicos como la fuente de poder, la tarjeta de acondicionamiento de señales etc. Un soporte acoplado en la superficie de la base sirve de apoyo al eje que permite articular en todo el centro de la viga el actuador y el sensor de posición angular. Finalmente el controlador que sea implementado podrá realizarse por medio de una tarjeta de adquisición de datos y el Real time de Matlab.

**3.1.2 Premisas y restricciones** Las siguientes son las premisas y restricciones que se tienen en cuenta al momento de diseñar y desarrollar el producto.

- El costo final de diseño y construcción no debe exceder \$3.000.000.
- El prototipo final debe ser robusto y fiable a pruebas de uso continuo.
- Buena estética y seguridad.
- El prototipo debe operar en un rango de temperatura aceptado (20-28°C).

#### 3.1.3 Partes implicadas

- Usuarios (Estudiantes)
- Personal de diseño y producción.

### 3.2 IDENTIFICACIÓN DE NECESIDADES

Los datos primarios se obtuvieron por medio de entrevistas personales a docentes y auxiliares de laboratorio de la universidad Autónoma de Occidente que están relacionados con las áreas involucradas.

Tabla 1. Necesidades identificadas

#	Datos Primarios	Interpretación de Datos Primarios
1	“Que tenga buen acabado”	El producto es estético.
2	“Que tenga borneras en las que se puedan leer la señal de los sensores y la señal acondicionada”	El producto ofrece el modo de control y el modo de instrumentación.
3	“Que tenga buena documentación funcional y de mantenimiento”	El producto posee manuales de operación y mantenimiento.
4	“Que los materiales del sistema mecánico sean durables”	El prototipo físico esta hecho de materiales inoxidables.
5	“Que se pueda manipular de diferentes formas”	Al producto se le pueden implementar diferentes tipos de controladores.
6	“Que se pueda transportar”	El producto tiene las dimensiones necesarias para su portabilidad.
7	“Que sea de fácil ensamble y desensamble”	El producto es modular.
8	“Que sea económico”	El producto no supera los \$ 3.000.000.
9	“Que halla un prototipo virtual”	El producto cuenta con un software de simulación tridimensional.
10	“Que las señales de los sensores sean adecuadas”	El producto cuenta con un buen acondicionamiento y protección contra señales de ruido.
11	“Que tenga fuente interna”	El producto posee una fuente de poder interna e independiente
12	“Que los circuitos electrónicos estén protegidos ”	El producto esta protegido contra posibles cortocircuitos

13	“Que el sistema responda rápido”	El producto posee un tiempo de respuesta eficiente.
14	“Que el motor tenga su propia etapa de potencia”	El producto posee etapa de potencia
15	“Que los repuestos sean fáciles de conseguir”	Los repuestos son de fácil consecución en el mercado.
16	“Que sea de fácil manejo para el usuario”	El producto cuenta con interfaz didáctica.
17	“Que el motor pueda mover la viga”	El motor posee el torque necesario para mover la viga.
18	“Que el prototipo opere en condiciones normales”	El producto opera en condiciones ambientales normales.
19	“Que se pueda cargar con facilidad”	El producto es ligero

### 3.3 ORGANIZACIÓN DE LAS NECESIDADES

Se agruparon las necesidades en cuatro tipos y se le dio una respectiva importancia para facilitar la realización del Benchmarking.

Tabla 2. Organización de las necesidades

#	Tipo	Necesidades	IMP.
1	Atributos Físicos	El producto es estético.	5
2	Funcionalidad	El producto ofrece el modo de control y el modo de instrumentación.	5
3	Mantenimiento/Economía	El producto posee manuales de operación y mantenimiento.	4
4	Durabilidad	El prototipo físico esta hecho de materiales inoxidables.	4
5	Funcionalidad	Al producto se le pueden implementar diferentes tipos de controladores.	2
6	Atributos Físicos	El producto tiene las dimensiones necesarias para su portabilidad.	4
7	Atributos Físicos	El producto es modular.	4
8	Mantenimiento/Economía	El producto no supera los \$ 3.000.000.	5
9	Funcionalidad	El producto cuenta con un software de simulación tridimensional.	3
10	Funcionalidad	El producto cuenta con un buen acondicionamiento y protección contra señales de ruido.	5
11	Funcionalidad	El producto posee una fuente de poder interna e independiente	3
12	Durabilidad	El producto esta protegido contra posibles cortocircuitos	4
13	Funcionalidad	El producto posee un tiempo de respuesta eficiente.	5
14	Funcionalidad	El producto posee etapa de potencia	3
15	Mantenimiento/Economía	Los repuestos son de fácil consecución en el mercado.	2



16	Atributos Físicos	El producto cuenta con interfaz didáctica.	4
17	Atributos Físicos	El motor posee el torque necesario para mover la viga.	4
18	Funcionalidad	El producto opera en condiciones ambientales normales.	5
19	Atributos Físicos	El producto es ligero	4

### 3.4 ESPECIFICACIONES TÉCNICAS PREELIMINARES

**3.4.1 Establecimiento de las necesidades con unidades métricas** Se realizó un estudio de las necesidades identificadas anteriormente para encontrar parámetros cuantificables e incluso subjetivos que sirvan de guía para el diseño del dispositivo.

Tabla 3. Necesidades Vs. unidades métricas

#	Necesidades	Métricas	IMP.	Unidades
1	11,14	Consumo de potencia	3	W
2	13	Tiempo de respuesta	5	s
3	2,3,9,16	Facilidad de manejo	4	Sub.
4	17	Torque del motor	5	Nm.
5	8,15	Costo de adquisición	4	\$ COP
6	6	Dimensiones	4	cm.
7	1	Estética	5	Sub.
8	4,10,12	Tiempo de vida útil	3	Años
9	7	Modularidad	3	Binario
10	18	Temperatura de operación	4	°C
11	5	Técnicas de control	2	Lista1
12	19	Masa	4	Kg.

#### Lista1

- \* PID Análogos/Digital
- \* Redes neuronales
- \* Ganancias Planificadas
- \* Lógica Fuzzy
- \* Control Modos Deslizantes

### 3.4.2 Relación entre métricas y necesidades

Tabla 4. Relación entre métricas y necesidades

<div>3-Bajo 5-Medio 9-Alto</div>			Métricas	Consumo de potencia	Tiempo de respuesta	Facilidad de manejo	Torque del motor	Costo de adquisición	Dimensiones	Estética	Tiempo de vida útil	Modularidad	Temperatura de operación	Técnicas de control	Masa	
#	Necesidades	IMP.	#	1	2	3	4	5	6	7	8	9	10	11	12	
1	El producto es estético.	5								9						
2	El producto ofrece el modo de control y el modo de instrumentación.	5				5										
3	El producto posee manuales de operación y mantenimiento.	4				5										
4	El prototipo físico esta hecho de materiales inoxidables.	4									9					
5	Al producto se le pueden implementar diferentes tipos de controladores.	2												5		
6	El producto tiene las dimensiones necesarias para su portabilidad.	4							5							
7	El producto es modular.	4										5				
8	El producto no supera los \$ 3.000.000.	5						5								
9	El producto cuenta con un software de simulación tridimensional.	3				5										
10	El producto cuenta con un buen acondicionamiento y protección contra señales de ruido.	5									9					
11	El producto posee una fuente de poder interna e independiente	3		3												
12	El producto esta protegido contra posibles cortocircuitos	4									9					
13	El producto posee un tiempo de respuesta eficiente.	5			9											
14	El producto posee etapa de potencia	3		3												
15	Los repuestos son de fácil consecución en el mercado.	2						3								
16	El producto cuenta con interfaz didáctica.	4				5										
17	El motor posee el torque necesario para mover la viga.	4					9									
18	El producto opera en condiciones ambientales normales.	5											9			
19	El producto es ligero	4													5	
			Total	18	45	80	36	31	20	45	117	20	45	10	20	487
Valores Marginales			%	3.69	9.24	16.43	7.39	6.37	4.11	9.24	24.02	4.11	9.24	2.05	4.11	100

### 3.4.3 Evaluación de la satisfacción de necesidades en productos competidores (Benchmarking)

Tabla 5. Evaluación de Necesidades en Otros Competidores (Benchmarking)

#	NECESIDADES	IMP.	MIT	QUANSER	TQ inc	LMI
1	El producto es estético.	5	3	3	3	3
2	El producto ofrece el modo de control y el modo de instrumentación.	5	3	5	3	2
3	El producto posee manuales de operación y mantenimiento.	4	4	5	4	4
4	El prototipo físico esta hecho de materiales inoxidables.	4	4	4	4	4
5	Al producto se le pueden implementar diferentes tipos de controladores.	2	3	2	2	2
6	El producto es ligero y sus dimensiones facilitan la portabilidad.	4	4	3	3	4
7	El producto es modular.	4	4	4	4	4
8	El producto no supera los \$ 3.000.000.	5	5	2	3	4
9	El producto cuenta con un software de simulación tridimensional.	3	3	2	2	2
10	El producto cuenta con un buen acondicionamiento y protección contra señales de ruido.	5	5	5	5	5
11	El producto posee una fuente de poder interna e independiente	3	2	4	3	2
12	El producto esta protegido contra posibles cortocircuitos	4	4	4	4	4
13	El producto posee un tiempo de respuesta eficiente.	5	5	5	5	5
14	El producto posee etapa de potencia	3	3	4	3	2
15	Los repuestos son de fácil consecución en el mercado.	2	4	5	5	4
16	El producto cuenta con interfaz didáctica.	4	3	2	4	2
17	El motor posee el torque necesario para mover la viga.	4	5	4	4	5
18	El producto opera en condiciones ambientales normales.	5	5	5	5	5
19	El producto es ligero	4	4	4	4	4

### 3.4.4 Evaluación de métricas en productos competidores (Benchmarking)

Tabla 6. Evaluación de métricas en productos competidores (Benchmarking)

#	Necesidad	Métrica	IMP.	Unidad	MIT	QUANSER	TQ Inc	LMI
1	11,14	Consumo de potencia	3	w	12	12	15	20
2	13	Tiempo de respuesta	5	s	3	3	3	3
3	2,3,9,16	Facilidad de manejo	4	Sub.	3	3	3	2
4	17	Torque del motor	5	Nm.	-	3.5	-	-
5	8,15	Costo de adquisición	4	\$ COP	-	20.000.000	-	-
6	6	Dimensiones (axhxe)	4	cm.	-	43x16x20	107x42x33	-
7	1	Estética	5	Sub.	3	3	4	2
8	4,10,12	Tiempo de vida útil	3	Años	-	-	-	-
9	7	Modularidad	3	Binario	Si	Si	Si	Si
10	18	Temperatura de operación	4	°C	30	30	30	30
11	5	Técnicas de control	2	Lista1	Lista1	Lista1	Lista1	Lista1
12	19	Masa	4	Kg.	-	-	21.1	-

#### Lista1

- \* PID Análogos/Digital
- \* Redes neuronales
- \* Ganancias Planificadas
- \* Lógica Fuzzy
- \* Control Modos Deslizantes

### 3.4.5 Asignación de valores preeliminares

Tabla 7. Especificaciones técnicas preliminares

#	Necesidad	Métrica	IMP.	Unidad	Valor
1	11,14	Consumo de potencia	3	w	15
2	13	Tiempo de respuesta	5	s	3
3	2,3,9,16	Facilidad de manejo	4	Sub.	3
4	17	Torque del motor	5	Nm.	1
5	8,15	Costo de adquisición	4	\$ COP	3.000.000
6	6	Dimensiones (axhxe)	4	cm.	70x30x20
7	1	Estética	5	Sub.	4
8	4,10,12	Tiempo de vida útil	3	Años	20
9	7	Modularidad	3	Binario	1
10	18	Temperatura de operación	4	°C	25
11	5	Técnicas de control	2	Lista1	-
12	19	Masa	4	Kg.	2

#### Lista1

- \* PID Análogos/Digital
- \* Redes neuronales
- \* Ganancias Planificadas
- \* Lógica Fuzzy
- \* Control Modos Deslizantes

### 3.5 ANTECEDENTES

Según las investigaciones en Colombia no existe ninguna institución educativa que posea el sistema Bola-viga. De hecho solo la Universidad Autónoma de Occidente Adquirió a la empresa canadiense QUANSER unas plantas no lineales subactuadas, entre ellas se encuentran el péndulo invertido rotacional de Furuta y el Bola-Viga.

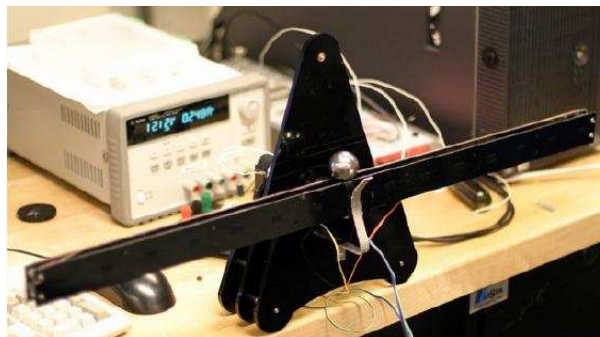
Existen dos configuraciones mecánicas sobre la construcción del sistema Bola-Viga, la primera articulada en el centro de la barra y la segunda empotrando un extremo de la barra y articular el otro con un mecanismo de leva, el diseño de la empresa QUANSER esta hecho con la segunda configuración.

Ilustración 1. Bola-Viga de La Empresa QUANSER



Jeff Lieberman estudiante del MIT logro diseñar y construir un prototipo funcional con la primera configuración.

Ilustración 2. Bola-Viga del MIT



## 4. GENERACIÓN DE CONCEPTOS

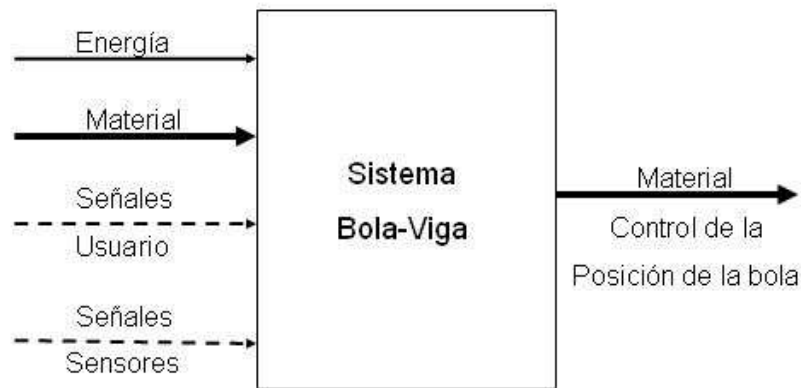
### 4.1 CLARIFICACIÓN DEL PROBLEMA

En esta fase se ha descompuesto el problema en distintas funciones para facilitar su comprensión, de esta manera se identificaron las ramas críticas para generar conceptos a través de búsquedas internas y externas como por ejemplo páginas Web que documenten el desarrollo de sistemas similares, entrevistas a profesores referentes al área, además de ideas generadas al interior del grupo de trabajo.

### 4.2 DESCOMPOSICIÓN FUNCIONAL

En esta etapa se afronta el problema como una caja negra en la cual se conoce las entradas y su salida sin embargo se desconoce lo que internamente debe ocurrir para lograr la salida deseada, esto conlleva a la siguiente etapa que consiste en conocer el interior de la caja negra por medio de la descomposición funcional.

Ilustración 3. Diagrama de Caja Negra

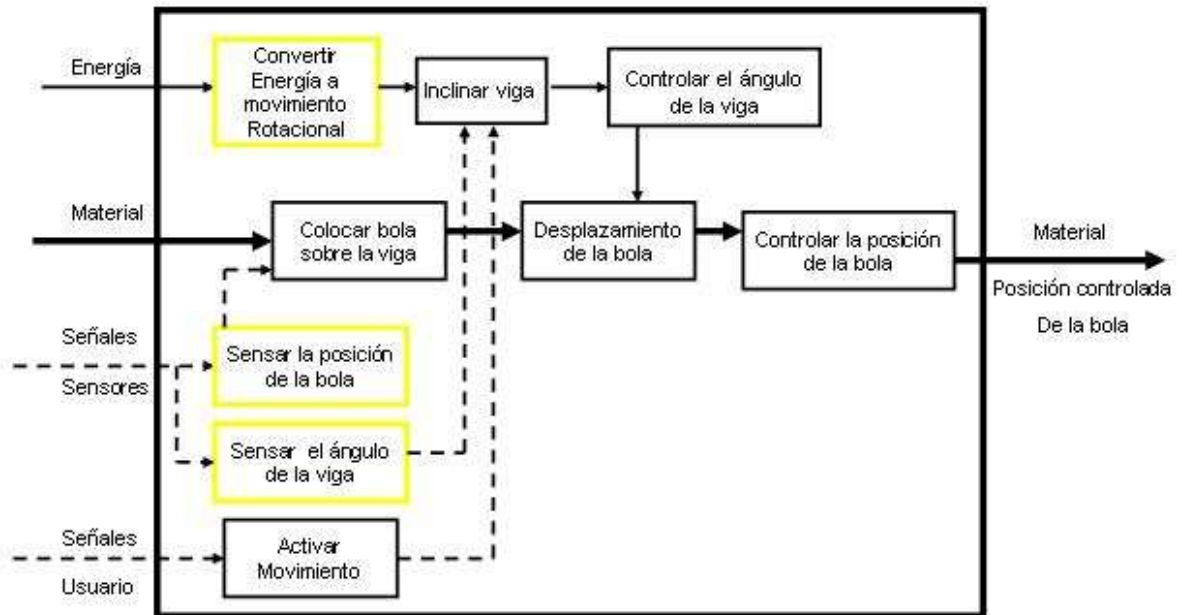


En la descomposición funcional se analizan las funciones que debe cumplir la planta o maquina para realizar la tarea por la cual fue diseñada, además se analizan como interactúan y se relacionan cada una de las funciones para lograr la tarea programada.



Esto conlleva a determinar las subfunciones críticas que permitan la generación de conceptos de modo que cada subfunción sea solucionada de la mejor manera.

Ilustración 4. Descomposición Funcional



La ilustración 4 muestra desde el flujo de entradas al sistema, la relación de las subfunciones internas de la caja negra hasta el flujo de salida. Además los recuadros amarillos ilustran las subfunciones críticas.

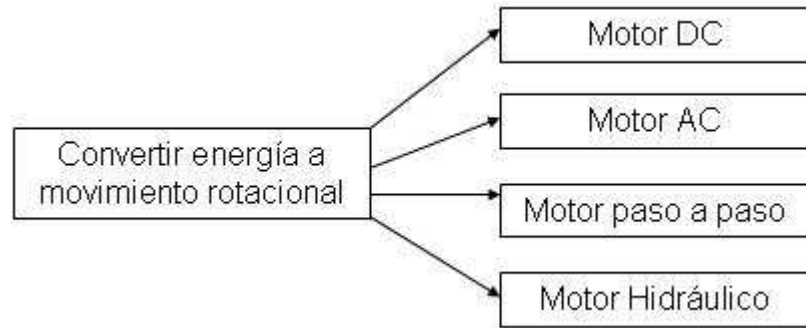
### 4.3 GENERACIÓN DE CONCEPTOS PARA SUBFUNCIONES CRÍTICAS

Las siguientes subfunciones son consideradas como las más críticas debido a que determinaran físicamente el producto final.

- Convertir energía a movimiento rotacional.
- Sensar la posición de la bola.
- Sensar el ángulo de la viga.

#### 4.3.1 Árbol de clasificación de convertir energía a movimiento rotacional

Ilustración 5. Árbol de clasificación convertir energía a movimiento rotacional



En esta subfunción la idea es determinar en base a la energía disponible que actuador será el encargado de mover la barra y mantener el torque necesario para no dejar caer la bola, para ello la idea es utilizar un motor DC ya que facilita la sencillez del diseño y de su selección, no es necesario el uso de drivers o circuitos de acople de señales ya que se manipula directamente con la acción de control y el manejo es mas fácil.

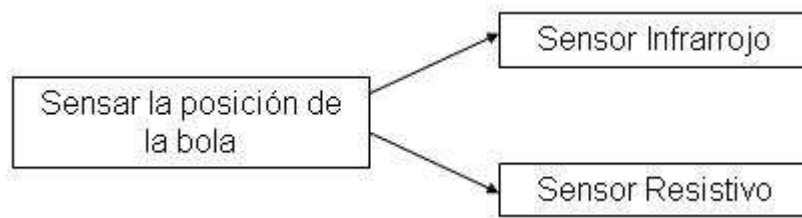
Las demás ramas se podaran debido a que no facilitan el desarrollo de la aplicación. Por ejemplo el inconveniente de usar motores de paso es que no se pueden realimentar en una bucla de lazo cerrado aunque es posible su uso en lazo abierto pero la idea a la hora de implementar distintas técnicas de control no aplicaría con este actuador. Y el inconveniente de usar motores AC o incluso actuadores hidráulicos es su complejo manejo para controlarlos porque requieren drivers que sirvan de acople entre la señal de control y la señal que maneja el actuador como tal.

Por ultimo la rama motor DC se subdivide en dos ramas que según los antecedentes en el ítem 3.5 constituyen la configuración 1 y 2

- Motor DC acoplado en centro de la viga (configuración 1)
- Motor DC + Leva acoplado en un extremo de la viga (configuración 2)

**4.3.2 Árbol de clasificación sensor la posición de la bola** En esta subfunción se estudio las mejores maneras de medir la posición de la bola teniendo en cuenta factores como la velocidad de respuesta, resolución y salida tipo analógica.

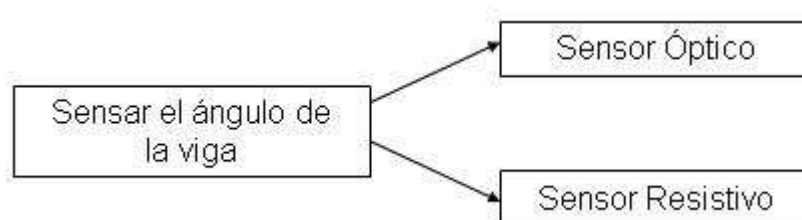
Ilustración 6. Árbol de clasificación sensor la posición de la bola



En esta subfunción ambas ramas son útiles por lo tanto no se podara ninguna

**4.3.3 Árbol de clasificación sensor el ángulo de la viga** En esta subfunción al igual que la anterior se estudio las mejores maneras de medir el ángulo de la viga teniendo en cuenta factores como la velocidad de respuesta, resolución y salida tipo analógica.

Ilustración 7. Árbol de clasificación sensor el ángulo de la viga



En esta subfunción ambas ramas son útiles por lo tanto no se podara ninguna

#### 4.4 COMBINACIÓN DE CONCEPTOS

Con las concepciones generadas anteriormente se procede a realizar una tabla de combinación de conceptos para determinar cuales entraran en la etapa de tamizaje y evaluación de éstos. Sin embargo lo anterior no quiere decir que el concepto seleccionado sea el mejor de todos o el menos complejo.

Tabla 8. Tabla de combinación de conceptos

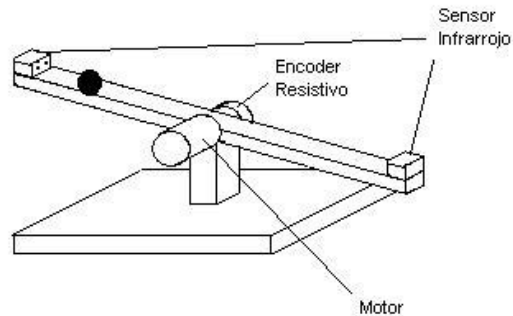
Convertir Energía en Movimiento Rotacional	Sensar la Posición de La Bola	Sensar El Ángulo de La Viga
Motor DC acoplado en el centro de la viga	Infrarrojo	Óptico
Motor DC & Leva acoplado en un extremo de la viga	Resistivo	Resistivo

En esta tabla se puede observar que el número de conceptos total que resulto es de  $(2 \times 2 \times 2) = 8$

**4.4.1 Concepto A** Esta combinación tiene la ventaja que el sistema mecánico es sencillo de diseñar y de fácil ensamble pero genera una desventaja acerca del torque del motor que será mayor a medida que la bola se desee posicionar a mas distancia del centro. Por otra parte el sensor resistivo para medir el ángulo de la viga posee la desventaja de comportarse de una manera no lineal y la resolución no es muy precisa, y en cuanto al sensor infrarrojo para la medición de la bola posee el inconveniente que la velocidad de respuesta es un poco lenta respecto a la velocidad que alcanza la bola al desplazarse de una posición a otra, además su salida análoga es no lineal y esto implica el uso de un microcontrolador para linealizarlo u otra clase de circuito.

Motor DC acoplado en el centro de la viga + Infrarrojo + Resistivo

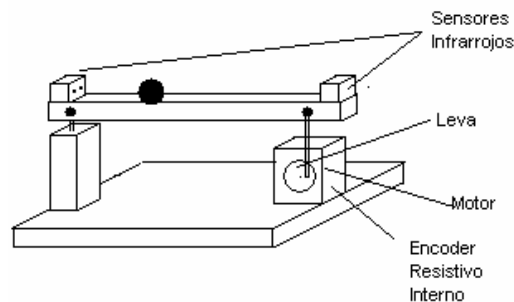
Ilustración 8. Bosquejo del concepto A



**4.4.2 Concepto B** Este concepto comparte las mismas características del uso de los sensores del concepto A, además el sistema mecánico se complica un poco al adicionar el mecanismo de leva, pero gracias a este mecanismo y al otro extremo que está fijo se logra disminuir el torque que debe realizar el motor para sostener la bola.

Motor DC & Leva acoplado en un extremo de la viga + Infrarrojo + Resistivo

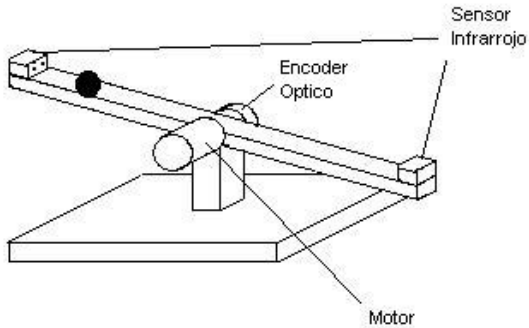
Ilustración 9. Bosquejo del concepto B



**4.4.3 Concepto C** Esta combinación comparte la misma ventaja y desventaja del concepto A en cuanto al diseño mecánico, tiene el mismo inconveniente del sensor infrarrojo para medir la posición de la bola pero por otra parte el uso del sensor óptico para medir el ángulo de la viga mejora considerablemente respecto al sensor resistivo en cuanto a características como resolución, velocidad de respuesta y linealidad.

Motor DC acoplado en el centro de la viga + Infrarrojo + Óptico

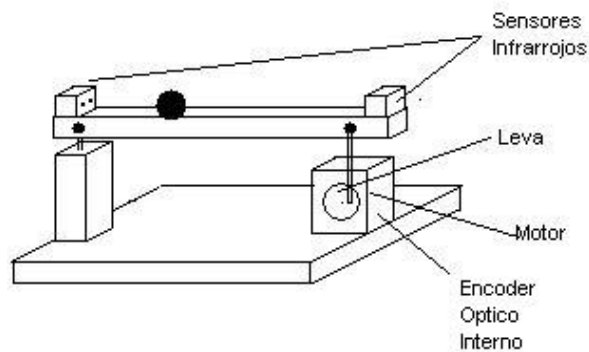
Ilustración 10. Bosquejo del concepto C



**4.4.4 Concepto D** Esta combinación comparte las mismas características del concepto C en cuanto al uso de los sensores y al concepto B en cuanto a la estructura mecánica.

Motor DC & Leva acoplado en un extremo de la viga + Infrarrojo + Óptico

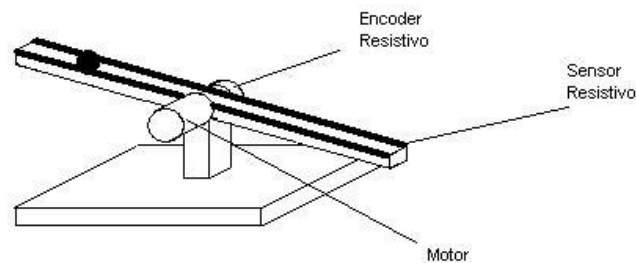
Ilustración 11. Bosquejo del concepto D



**4.4.5 Concepto E** Esta combinación comparte la misma ventaja y desventaja de los conceptos A y C en cuanto a su configuración o diseño mecánico. Posee el mismo inconveniente del sensor resistivo para la medición del ángulo pero por otro lado el uso del sensor resistivo que se utiliza para la medición de la posición de la bola mejora notablemente características como la linealidad, precisión y velocidad de respuesta respecto al sensor infrarrojo.

Motor DC acoplado en el centro de la viga + Resistivo + Resistivo

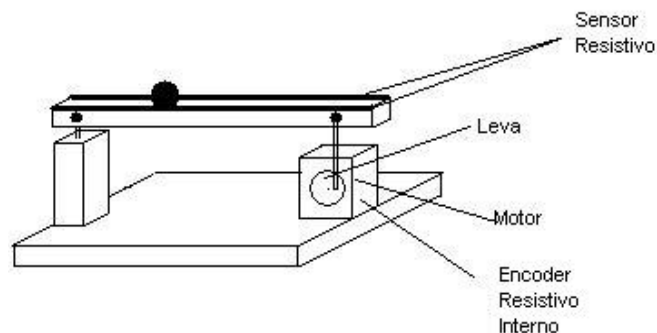
Ilustración 12. Bosquejo del concepto E



**4.4.6 Concepto F** Esta concepción es similar a los conceptos B y D en cuanto su configuración o diseño mecánico y al concepto E en cuanto al uso de los sensores compartiendo así las mismas ventajas y desventajas de dichos conceptos.

Motor DC & Leva acoplado en un extremo de la viga + Resistivo + Resistivo

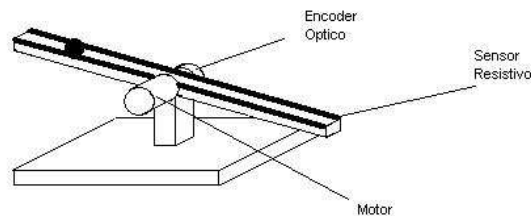
Ilustración 13. Bosquejo del concepto F



**4.4.7 Concepto G** Esta combinación es similar a los conceptos A, C y E en cuanto su configuración o diseño mecánico, similar al concepto E en cuanto a la implementación del sensor resistivo para la medición de la bola y similar al concepto C en cuanto al uso del sensor óptico para la medición del ángulo de la viga. Por lo tanto comparte las mismas características y desventajas de dichos conceptos.

Motor DC acoplado en el centro de la viga + Resistivo + Óptico

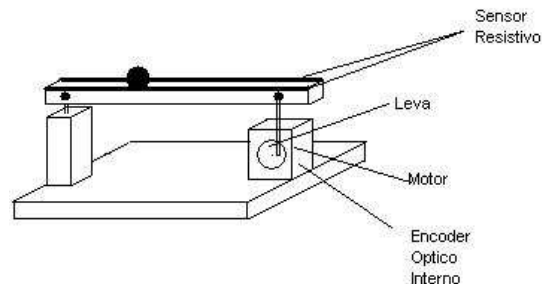
Ilustración 14. Bosquejo del concepto G



**4.4.8 Concepto H** Esta combinación es similar al concepto G en cuanto al uso de los sensores y similar a los conceptos B, D y F en cuanto al diseño de la estructura. Por lo tanto comparte las mismas características y desventajas de dichos conceptos

Motor DC & Leva acoplado en un extremo de la viga + Resistivo + Óptico

Ilustración 15. Bosquejo del concepto H





## **5. SELECCIÓN DE CONCEPTOS**

La tabla de combinación de conceptos arrojó ocho concepciones, las cuales entraron a ser evaluadas respecto a unos criterios de evaluación y a la selección de una referencia.

### **5.1 SELECCIÓN DEL CRITERIO DE EVALUACIÓN**

La selección del criterio de evaluación se basó primordialmente en:

- Las especificaciones y requerimientos que exigen una competencia académica basada en el desarrollo de técnicas avanzadas de control.
- En las necesidades identificadas en las fases anteriores.
- En las necesidades del grupo de desarrollo.

### **5.2 CRITERIO DE EVALUACIÓN SELECCIONADOS**

- Facilidad de Producción.
- Costo.
- Señal adecuada de los sensores.
- Velocidad de respuesta.

### **5.3 SELECCIÓN DEL CRITERIO DE REFERENCIA**

**Robotic Ball Balancer Beam**, Sistema Electromecánico subactuado Bola–Viga desarrollado por Jeff Lieberman del Instituto Tecnológico de Massachussets. Se escogió como referencia, este producto por ser el mejor evaluado en el benchmarking.

## 5.4 PONDERACIÓN DE CONCEPTOS

Tabla 9. Tabla de ponderación de conceptos

<b>Criterios</b>	<b>I</b>	<b>II</b>	<b>III</b>	<b>IV</b>	<b>V</b>	<b>VI</b>	<b>Suma</b>	<b>% Ponderación</b>
Facilidad de Producción	1	0	0				1	16.66 %
Costo	0			0	0		0	0 %
Señal adecuada de los sensores		1		1		1	3	50 %
Velocidad de respuesta			1		1	0	2	33.33 %
Total							6	100 %

Se puede observar que gracias a la comparación de cada criterio de evaluación se obtuvo un respectivo porcentaje de ponderación que se utilizara en la matriz de evaluación de conceptos, el criterio de costo obtuvo cero por ciento debido al nivel de importancia de los demás criterios sobre este por ello se puede eliminar como criterio de evaluación pero será tenido en cuenta mas adelante en el diseño para manufactura y ensamble.

## 5.5 MATRIZ PARA EL TAMIZAJE DE CONCEPTOS

Esta matriz es una herramienta que permite filtrar concepciones al comparar los conceptos con una referencia. Evaluando según los criterios seleccionados como mejor (+), igual (0) o peor (-).

Tabla 10. Matriz para el tamizaje de conceptos

Criterio de selección	Variantes de Conceptos								REF.
	A	B	C	D	E	F	G	H	
Facilidad de Producción	0	-	0	-	0	-	0	-	0
Señal adecuada de los sensores	-	-	+	+	0	0	+	+	0
Velocidad de respuesta	-	-	0	0	0	0	+	+	0
Positivos	0	0	1	1	0	0	2	2	
Iguales	1	0	2	1	3	2	1	0	
Negativos	2	3	0	1	0	1	0	1	
Total	-2	-3	1	1	0	-1	2	1	
Orden	7	8	3	4	5	6	1	2	
Continuar	No	No	Si	Si	No	No	Si	Si	

La calificación se hizo de una manera objetiva teniendo en cuenta la referencia escogida. Finalmente la matriz tamizo los conceptos y permite visualizar que los conceptos C, D, G y H continuaran para la siguiente etapa de evaluación.

## 5.6 MATRIZ PARA EVALUAR CONCEPTOS

Tabla 11. Matriz para evaluar conceptos

		Variantes de Conceptos							
		C		D		G		H	
Criterios de Selección	%	Nota	CP	Nota	CP	Nota	CP	Nota	CP
Facilidad de Producción	16.66	5	0.833	2	0.3332	5	0.833	2	0.3332
Señal adecuada de los sensores	50	4	2.0	4	2.0	5	2.5	5	2.5
Velocidad de respuesta	33.33	5	1.6665	5	1.6665	5	1.6665	5	1.6665
<b>Total</b>	100	4.4995		3.9997		4.9995		4.4997	
<b>Orden</b>	-	3		4		1		2	
<b>¿Continuar?</b>	-	No		No		<b>Desarrollar</b>		No	

Según los resultados de la tabla se puede observar que el concepto a desarrollar es el concepto G debido a su mayor puntaje en la evaluación.

## 5.7 ESPECIFICACIONES FINALES

Tabla 12. Especificaciones técnicas finales

#	Necesidad	Métrica	IMP.	Unidad	Valor
1	11,14	Consumo de potencia	3	W	15
2	13	Tiempo de respuesta	5	s	3
3	2,3,9,16	Facilidad de manejo	4	Sub.	5
4	17	Torque del motor	5	Nm.	3
5	8,15	Costo de adquisición	4	\$ COP	3.000.000
6	6	Dimensiones (axhxe)	4	cm.	85x29x36
7	1	Estética	5	Sub.	5
8	4,10,12	Tiempo de vida útil	3	Años	20
9	7	Modularidad	3	Binario	1
10	18	Temperatura de operación	4	°C	30° C
11	5	Técnicas de control	2	Lista1	Lista1
12	19	Masa	4	Kg.	1.2

### Lista1

- \* PID Análogos/Digital
- \* Redes neuronales
- \* Ganancias Planificadas
- \* Lógica Fuzzy
- \* Control Modos Deslizantes

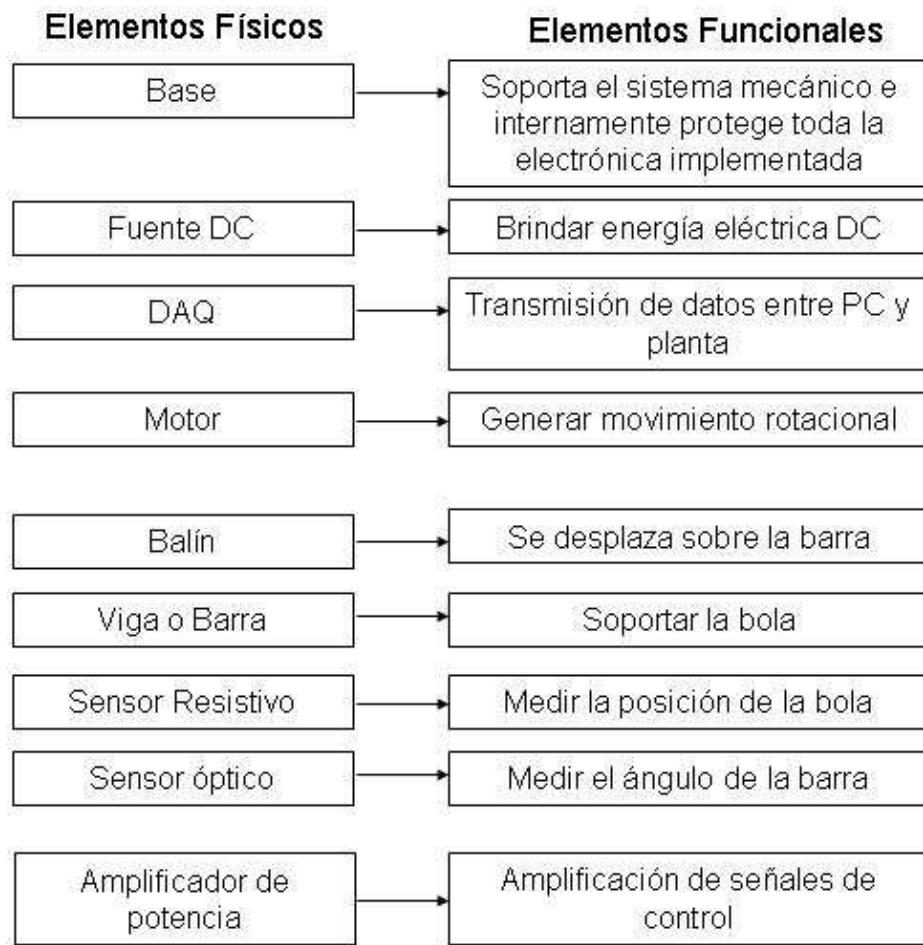
## 6. SELECCIÓN DE LA ARQUITECTURA DEL PRODUCTO

### 6.1 ANÁLISIS DE LA ARQUITECTURA DEL PRODUCTO

El equipo de diseño realizó la selección de la arquitectura teniendo en cuenta la relación de esta con la planificación y desarrollo de conceptos del producto, lo que incluye cambios para futuras mejoras, flexibilidad, adaptabilidad etc. Estas características son brindadas por la arquitectura modular.

### 6.2 INTERACCIONES ENTRE ELEMENTOS FÍSICOS Y FUNCIONALES

Ilustración 16. Interacción entre elementos físicos y funcionales

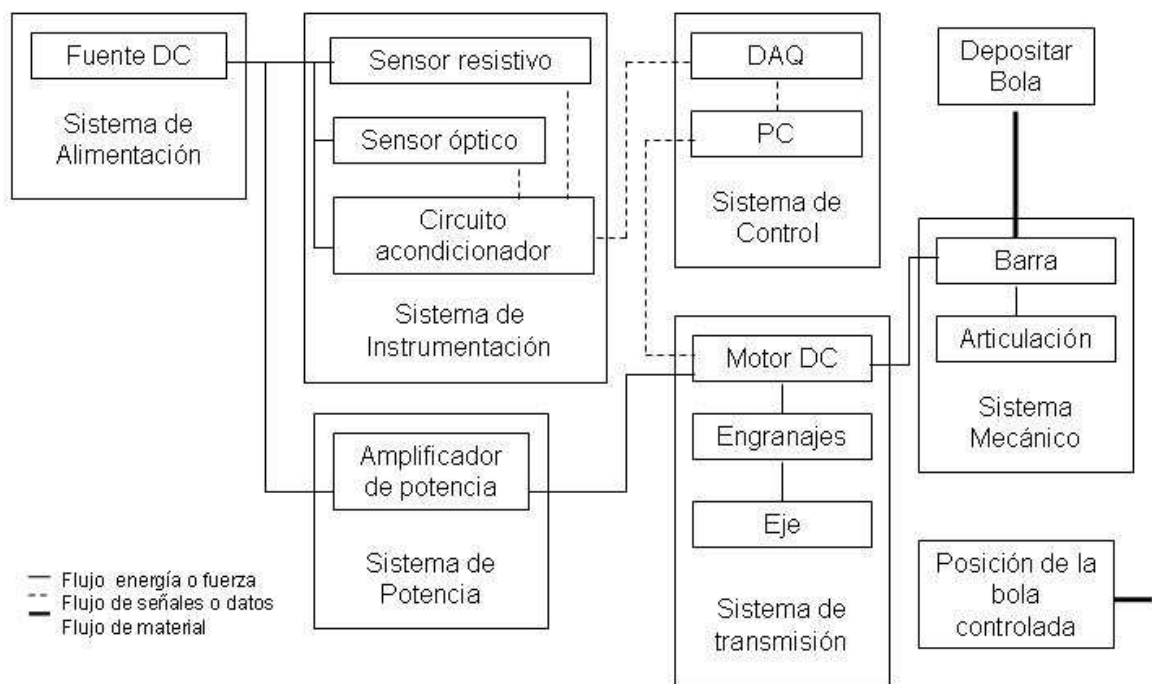


Esta relación entre elementos físicos y funcionales, define una arquitectura completamente modular, ya que a cada elemento físico le corresponde una función formando así los distintos módulos del sistema para un funcionamiento óptimo y flexibilidad para realizar futuras adaptaciones.

### 6.3 ESQUEMA DEL PRODUCTO

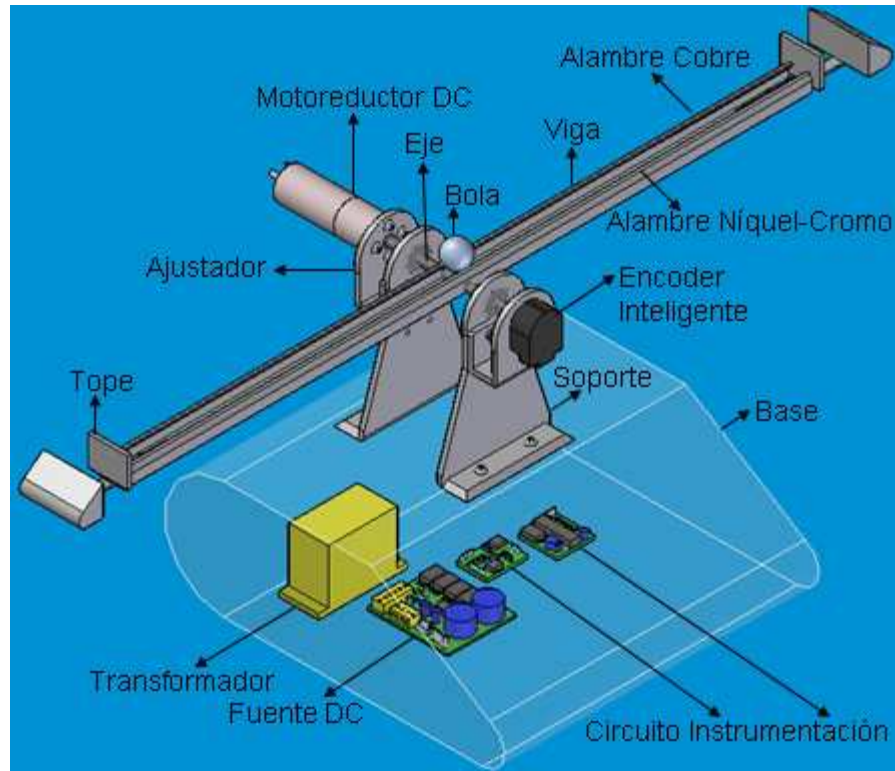
La siguiente ilustración muestra el esquema general del producto donde se aprecian los diferentes módulos que lo componen según sus funciones.

Ilustración 17. Esquema general del Producto por bloques funcionales (chunks)



## 6.4 DISTRIBUCIÓN GEOMÉTRICA

Ilustración 18. Distribución espacial de los diferentes bloques funcionales

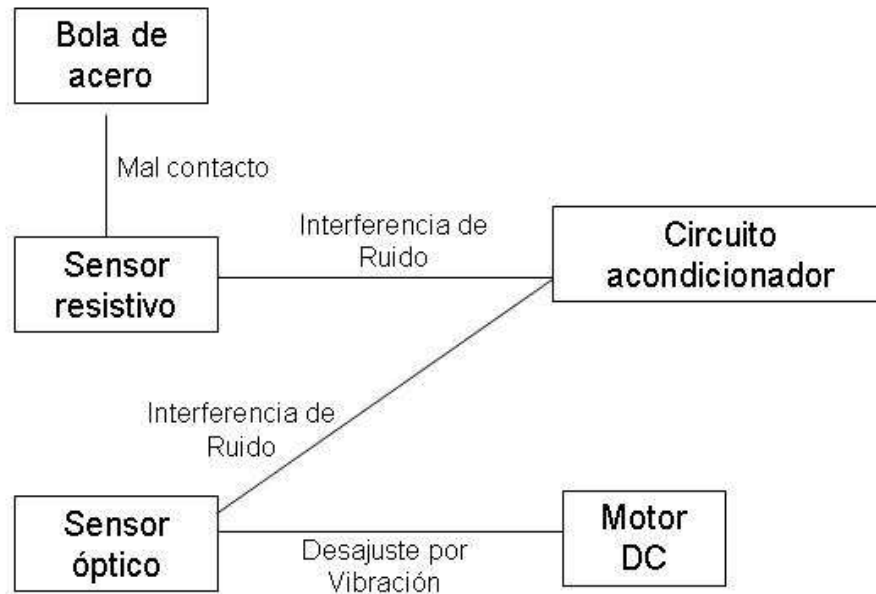


## 6.5 INTERACCIONES INCIDENTALES

En el siguiente diagrama se muestran las posibles interacciones que podrían tener efectos negativos en el comportamiento del sistema. Estos aspectos se tuvieron en cuenta para el diseño tratando de reducirlos al máximo para lograr un buen funcionamiento.



Ilustración 19. Interacciones Incidentales



## 6.6 ARQUITECTURA DEL SISTEMA ELECTRÓNICO

Para definir la arquitectura del sistema electrónico y teniendo en cuenta el espacio interno de la base del sistema mecánico se optó por la selección de una arquitectura modular permitiendo diseñar por etapas módulos electrónicos (Fuente de poder, etapa de acondicionamiento y filtrado de señales etc.) que se interconectan. Esta arquitectura tiene la ventaja de un fácil mantenimiento para cada módulo en caso de una posible avería, la desventaja es que aumenta el uso de cables para las interconexiones pero para ello es posible tener en cuenta una muy buena distribución de dichas conexiones sin afectar la facilidad de mantenimiento mencionada anteriormente.

## 7. DISEÑO INDUSTRIAL

### 7.1 VALORACIÓN DEL DISEÑO INDUSTRIAL

Con el ánimo de crear un producto de mejor impacto visual y funcional se realizó una valoración del diseño industrial para aplicar algunos conceptos y mejorar de esta forma el producto.

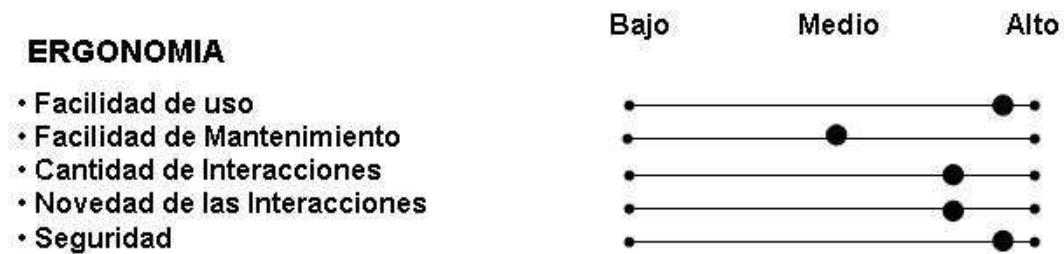
La mejor forma de lograr una valoración de diseño industrial consiste en realizar un análisis de las necesidades ergonómicas (todos los aspectos que tienen que ver con el contacto del producto con las personas) y las necesidades estéticas (relacionadas con el impacto visual del producto).

Estas consideraciones son de gran importancia pues resaltan aspectos como la facilidad de uso, la calidad de las interfaces con el usuario, la seguridad y la apariencia física, características de suma importancia para un usuario final y que brindan un valor agregado al producto.

**7.1.1 Necesidades ergonómicas** La ergonomía juega un papel importante dentro del diseño industrial ya que permite tener en cuenta aspectos como La facilidad de uso puesto que uno de los objetivos de la planta es servir de soporte en cursos de control y otros procesos académicos, este propósito educativo se cumple en la medida en que el producto sea manejable.

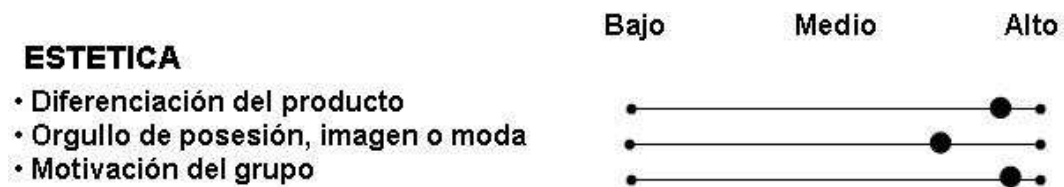
También se considera aspectos de seguridad como el diseño de bordes redondos que no permitan una posible punzada y por ultimo aspectos que faciliten lo más posible el mantenimiento para personas con conocimientos técnicos.

Ilustración 20. Valoración de la ergonomía dentro del Diseño Industrial



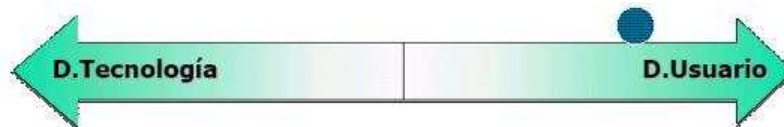
**7.1.2 Necesidades estéticas** La estética es otro punto fundamental para tener en cuenta dentro del diseño industrial ya que es el que le da al producto el impacto visual que lo diferencia enormemente de otros prototipos y para ello se tendrá en cuenta en el diseño general la selección de materiales y acabados que sean muy llamativos.

Ilustración 21. Valoración de la estética dentro del Diseño Industrial



### 7.1.3 Clasificación y naturaleza del producto

Ilustración 22. Clasificación y naturaleza del producto



El producto es dominado por el usuario ya que la tecnología con la que cuenta la planta sirve de base para su funcionamiento previo. Finalmente es el usuario el que diseñara los tipos de controladores para el funcionamiento final del sistema.

## 7.2 IMPACTO DEL DISEÑO INDUSTRIAL

Estas consideraciones del Diseño Industrial se ven reflejadas principalmente en las siguientes categorías que recogen en gran parte la relación del dispositivo con una persona como usuario.

**7.2.1 Interfaces de usuario** La planta cuenta con un grafico plasmado en la cara frontal de la base en el que se indica claramente el modo de control y el modo de instrumentación, cada modo tiene borneras en las que se mide la señal de los sensores sin acondicionar (modo instrumentación) y acondicionados (modo control) y para la señal de salida actuador.

Esto permite que el usuario conectar fácilmente la planta a la tarjeta de adquisición de datos y posteriormente al computador para realizar la practica de control.

**7.2.2 Facilidades de mantenimiento y reparación** El producto cuenta con circuitos electrónicos que implementan elementos de fácil consecución en caso de averiarse alguno de ellos, aunque la electrónica implementada esta protegida contra posibles cortocircuitos.

En cuanto al sensor resistivo para la medición de la posición de la bola su reparación o cambio requiere un poco de paciencia ya que se deben templar los alambres con un par de tensores como los de una guitarra y pegarlos sobre la barra con un pegante muy especial, esto lleva tiempo y se requiere de dos personas. El Sensor óptico en caso de averiarse tiene la facilidad de ser desensamblado fácilmente y ser cambiado por otro, aunque es muy robusto y difícilmente podría dañarse.

El motor DC y la caja reductora esta libres de mantenimiento solo que es de difícil consecución ya que solo se consigue en suiza en caso de ser reemplazado.

### 7.2.3 Uso apropiado de los recursos

- Los materiales seleccionados son apropiados en función del costo.
- Se uso un solo tipo de acrílico en la construcción de la estructura lográndose aprovechar mejor el material.
- Aunque el sensor óptico y el motor constituyen aproximadamente el 50% del presupuesto esto se ve reflejado en la buena calida y robustez.

**7.2.4 Diferenciación del producto** El producto se puede reconocer o distinguir fácilmente de otros productos similares por su excelente estética y ergonomía, y es posible identificar de manera fácil todas sus partes.

## 7.3 VALORACIÓN DE LA CALIDAD EN EL DISEÑO INDUSTRIAL

Ilustración 23. Valoración de calidad del Diseño Industrial



La anterior ilustración muestra de manera sintetizada la evaluación de la calidad aplicando las técnicas de diseño industrial empleadas al producto (Bola-Viga).

## 8. DISEÑO PARA MANUFACTURA Y ENSAMBLE

### 8.1 ANÁLISIS DE DISEÑO PARA MANUFACTURA (DPM)

El objetivo fundamental de un análisis de diseño para manufactura es tratar de reducir lo más posible los costos de producción de cualquier tipo de dispositivo sin sacrificar bajo ninguna circunstancia su calidad.

Bajo esta premisa se asumió en el grupo de diseño sacrificar costos por calidad siempre y cuando el presupuesto destinado pudiera cubrirlos, para ello se realiza una planeación estratégica sobre el uso de materiales que pueda utilizarse para el sistema mecánico y partes estándares de fácil consecución.

#### 8.1.1 Lista de componentes electrónicos

Tabla 13. Lista de componentes electrónicos

Componente	Estándar	Cantidad	Costo unitario	Costo total
<b>Circuito de la fuente de poder</b>				
LM 7805T a 1 A	Sí	1	1.200	1.200
LM 7812T a 1 A	Sí	1	1.200	1.200
LM 7912T a 1 A	Sí	1	1.200	1.200
LM 317T a 1 A	Sí	1	1.200	1.200
Condensador 2200 µf a 50 V	Sí	2	3.000	6.000
Condensador 10 µf a 25 V	Sí	4	1000	4.000
Condensador 1 µf a 25 V	Sí	2	500	1.000
Borneras	Sí	10	200	2000
Fusible de 1 A	Sí	1	100	100

Portafusible	Sí	1	100	100
Puente de Diodos de 1 A	Sí	1	500	500
Resistencia de 240 $\Omega$	Sí	1	100	100
Trimer de 5 K $\Omega$	Sí	1	1.700	1.700
Switch Piloto	Sí	1	1.400	1.400
Jumper macho	Sí	13	100	1.300
Conectores (Zips)	Si	13	300	3.900
			<b>Total</b>	<b>26.900</b>
<b>Circuito de instrumentación</b>				
Resistencia de 120 $\Omega$	Sí	1	100	100
Resistencia de 60 $\Omega$	Si	1	100	100
Resistencia de 10 K $\Omega$	Sí	4	100	400
Resistencia de 20 K $\Omega$	Si	1	100	100
Resistencia de 1 K $\Omega$	Sí	1	100	100
Condensador cerámico 0.1 $\mu$ f	Sí	3	100	300
Trimer de 100 $\Omega$	Sí	1	1.700	1.700
Trimer de 20 K $\Omega$	Si	1	1.700	1.700
INA 128	Sí	1	40.000	40.000
LM 358	Si	1	2.100	2.100
Base de 8 pines	Sí	2	500	1.000
Jumper macho	Sí	20	100	2.000
Conectores (Zips)	Si	20	300	6.000
			<b>Total</b>	<b>55.600</b>
<b>Circuito del Microcontrolador</b>				
Condensador cerámico 0.1 $\mu$ f	Sí	2	100	200
Cristal de 4 Mhz	Sí	1	3.000	5.000

PIC 16F873	Si	1	30.000	30.000
Base de 28 pines	Sí	1	2.000	5.000
Puente de Diodos de 1 A	Sí	1	500	500
LM 7805T a 1 A	Sí	1	1.200	1.200
Condensador 10 µf a 25 V	Sí	1	1.000	1.000
Condensador 1 µf a 25 V	Sí	1	500	500
Jumper macho	Sí	35	100	3.500
Conectores (Zips)	Si	35	300	10.500
			<b>Total</b>	<b>57.400</b>

### 8.1.2 Lista de componentes mecánicos

Tabla 14. Lista de componentes mecánicos

Componente	Estándar	Cantidad	Costo unitario	Costo total
Acrílico Blanco 3x3000x1500 mm	Sí	1	220.000	220.000
Balín de acero inoxidable	Sí	1	5.000	5.000
Canaleta (viga)	Sí	1	7.000	7.000
Eje hueco aluminio (Φ6 x 15) mm	Sí	1	3.000	3.000
“U” aluminio	Sí	2	300	600
Tornillo estrella 4 mm	Sí	10	100	1.000
Tornillo estrella 2 mm	Sí	4	400	400
Rodamiento	Sí	2	1.000	2.000
			<b>Total</b>	<b>239.000</b>



### 8.1.3 Lista de otros componentes

Tabla 15. Lista de otros componentes

Componente	Estándar	Cantidad	Costo unitario	Costo total
Encoder inteligente	Sí	1	277.000	277.000
Alambre de Níquel-cromo	Sí	1m	1.500	1.500
Alambre de cobre	Sí	1m	1.000	1.000
Pegante especial	Sí	1	25.000	25.000
Combinación # 324626 (consiste en motor DC A-max 32 # 236668 + reductor Planetario GP 32 C # 166934)	No	1	1.120.000	1.120.000
LCD 16x2 backlight	Sí	1	30.000	30.000
Transformador 15-0-15	Sí	1	25.000	25.000
Conector 110 V AC + cable de 1 metro de tres terminales	Si	1	7.000	7.000
Extractor de calor 12 VDC para computador	Si	1	13.000	13.000
<b>Total</b>				<b>1.499.500</b>

Los anteriores componentes fueron seleccionados de manera que puedan cumplir con todas las especificaciones técnicas procurando en su mayoría que fueran estándar para conseguirlos fácilmente

En cuanto al material seleccionado para la manufactura de las piezas mecánicas se escogió el acrílico por la flexibilidad que ofrece para ser maquinado y doblado usando procesos sencillos y con maquinaria existente en nuestro medio permitiendo así disminución de tiempo y costos.

## 8.2 ANALISIS DE DISEÑO PARA ENSAMBLE (DPE)

En esta sección se busca la mejor manera de ensamblaje que permita minimizar los costos de producción.

### 8.2.1 Reducción del costo de ensamble

Tiempo estimado de ensamble: 10 minutos.

$$\text{Indice DPE} = \frac{\# \text{ de partes minimas} * 3s}{\text{Tiempo estimado de ensamble}}$$

$$\text{Indice DPE} = \frac{44 * 3s}{10 * 60s} = 0.22$$

**8.2.2 Maximización de la facilidad del ensamble** Para el ensamble del encoder y del motor se diseño una pieza que permitiere acoplar fácilmente ambos componentes de forma concéntrica al aje principal.

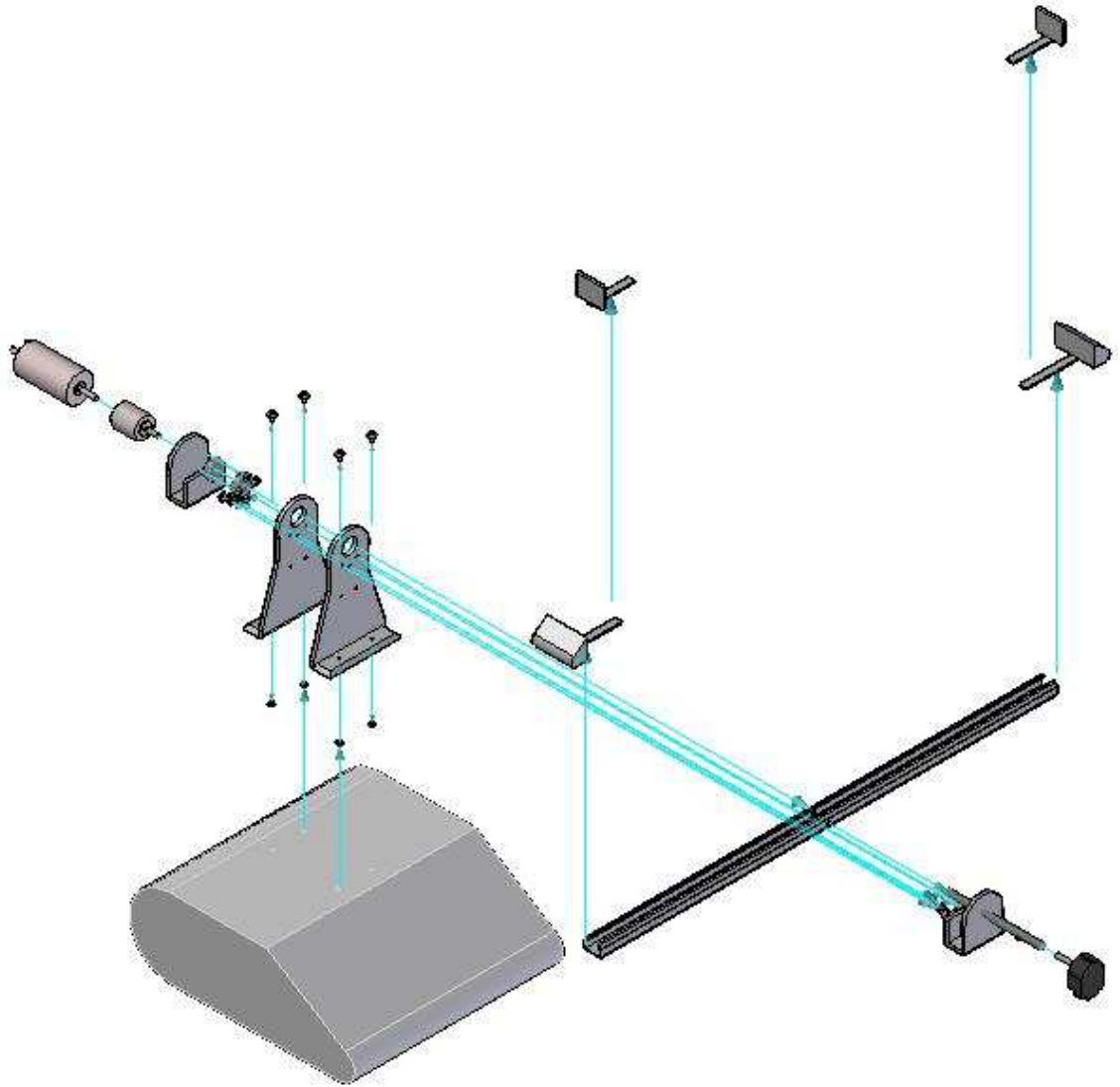
Las interconexiones entre los módulos electrónicos se redujeron utilizando jumpers con mas buses de transmisión.

### 8.2.3 Costos de ensamble y manufactura de piezas

Tabla 16. Costos de ensamble y manufactura de piezas

Ensamble y soldada de las tarjetas electrónicas	
Detalle	Costo
Tarjeta fuente de Poder	18.900
Tarjeta de Instrumentación	18.900
Tarjeta del Microcontrolador	18.900
<b>Total</b>	<b>56.700</b>
Manufactura y Ensamble de las piezas mecánicas	
Manufactura de piezas	150.000
Ensamble de piezas	40.000
<b>Total</b>	<b>190.000</b>

Ilustración 24. Esquema de ensamble general



## 9. PROTOTIPADO

En la parte de prototipado lo que se trata de hacer es llegar a una aproximación de lo que va a ser el producto como tal a través de una o mas dimensiones de interés. Un prototipo no es solo sinónimo de algo tangible o físico sino que también puede ser analítico; es decir, una representación del producto en una forma no tangible por medio de bocetos, modelos matemáticos y modelos virtuales computacionales en 3D con el fin de analizar aspectos de interés y no de construcción.

Según lo anterior se mencionan los diferentes prototipos que se generaron en este proyecto.

**Prototipo A:** prototipo analítico parcial para el cálculo del Modelo matemático que permite describir la dinámica del sistema y definir características como estabilidad, controlabilidad y observabilidad. Estas características son muy importantes de identificarlas porque permiten determinar estrategias de los posibles controladores del sistema.

**Prototipo B:** Prototipo analítico parcial de los controladores para el sistema utilizando la herramienta Matlab 6.5, donde se analizó características del sistema controlado como el tiempo de respuesta, esfuerzo de control y parámetros que permitieron la selección del actuador.

**Prototipo C:** Prototipos analíticos parciales de las piezas mecánicas usando herramientas CAD, CAM para analizar las dimensiones del producto y las respectivas tolerancias. Este prototipo una vez diseñada y/o modelada todas las piezas incluyendo sensores, actuadores etc. Permite dar una idea de la forma definitiva del producto.

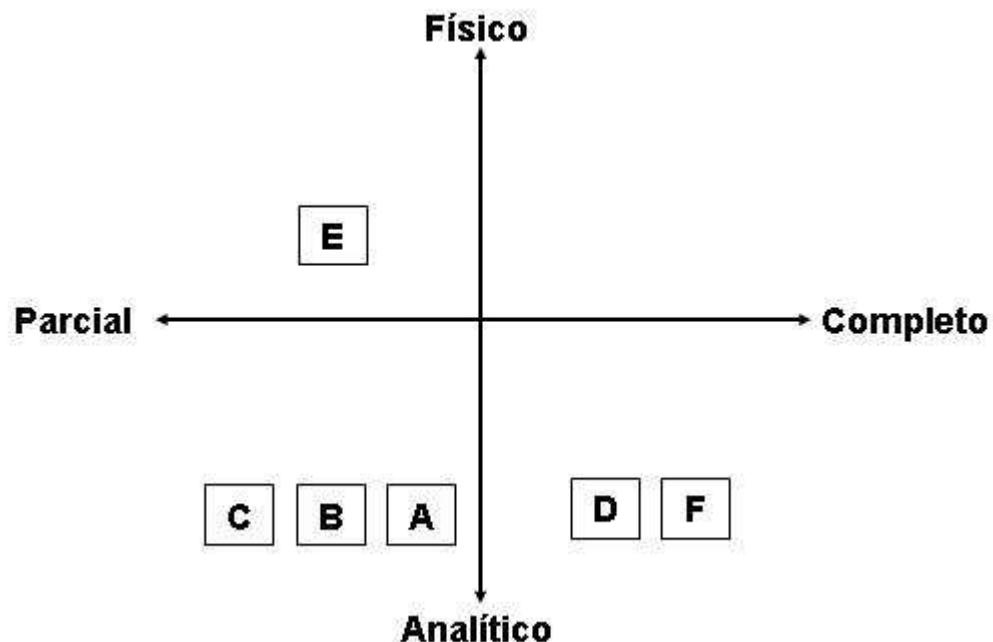
**Prototipo D:** Prototipo analítico completo del software de simulación del sistema utilizando el lenguaje de programación Visual Basic 6.0 soportado por la herramienta Direct X 7.0, este prototipo tiene la finalidad de mostrar al usuario como se comporta el

sistema de manera natural y controlada, permitiéndole también interactuar con el software al modificar las leyes de control, parámetros físicos del sistema etc.

**Prototipo E:** Prototipo físico parcial del sistema electrónico, implementados en protoboard para corroborar las simulaciones hechas en Proteus 6 y para probar el funcionamiento real de la electrónica del sistema.

**Prototipo F:** Prototipo analítico del programa que lee las señales de los sensores para visualizar la medida física con sus respectivas unidades en el LCD, para ello se uso un lenguaje de programación de alto nivel como PIC C y Proteus 6 para la simulación, este prototipo tan solo tiene como finalidad verificar que el algoritmo propuesto para realizar la función de visualización se correcta.

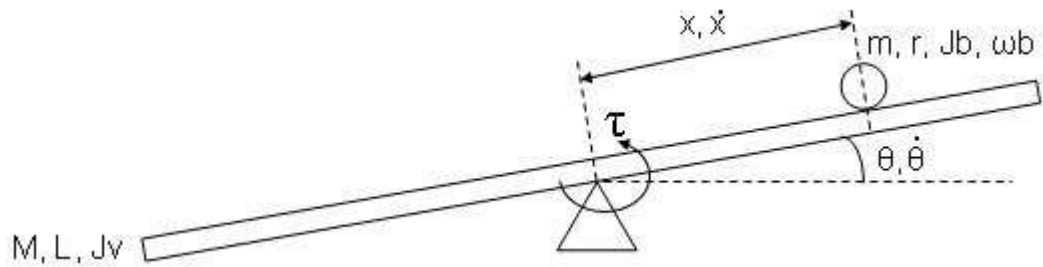
Ilustración 25 Diagrama de representación de los prototipos



## 10. DISEÑO DETALLADO

### 10.1 MODELO MATEMÁTICO DEL SISTEMA BOLA-VIGA

Ilustración 26. Boceto del sistema



Donde:

M: masa de la barra

L: longitud de barra

$J_v$ : momento de inercia de la barra  $J_v = \frac{1}{12}ML^2$

$\theta$ : ángulo de la barra

$\dot{\theta}$ : velocidad angular de la barra

m: masa de la bola

r: radio de la bola

$J_b$ : momento de inercia de la bola  $J_b = \frac{2}{5}mr^2$

$\omega_b$ : velocidad angular de la bola

x: posición de la bola

$\dot{x}$ : velocidad lineal de la bola

$\tau$ : torque aplicado a la barra

Aplicando el método de energía de Lagrange se tiene lo siguiente:

- La energía cinética traslacional es:  $T_t = \frac{1}{2} m \dot{x}^2$  (1)

- La energía cinética rotacional es:  $T_r = \frac{1}{2} J_v \dot{\theta}^2 + \frac{1}{2} I \dot{\theta}^2 + \frac{1}{2} J_b \omega^2$  (2)

La energía cinética total es:  $T = T_t + T_r$  (3)

$$T = \frac{1}{2} m \dot{x}^2 + \frac{1}{2} J_v \dot{\theta}^2 + \frac{1}{2} I \dot{\theta}^2 + \frac{1}{2} J_b \omega^2$$
 (4)

- La energía potencial es:  $U = mgx \sin \theta$  (5)

- La energía Disipativa es  $D=0$  ya que la fricción es insignificante

Teniendo en cuenta las siguientes igualdades para reemplazarlas en (4)

$$I = m x^2$$
 (6)

$$\omega = \frac{\dot{x}}{r}$$

Se procede a determinar el Lagrangiano:  $L = T - U + D$  (7)

$$L = \frac{1}{2} m \dot{x}^2 + \frac{1}{2} J_v \dot{\theta}^2 + \frac{1}{2} m x^2 \dot{\theta}^2 + \frac{1}{2} J_b \left( \frac{\dot{x}}{r} \right)^2 - mgx \sin \theta$$
 (8)

A continuación se muestra las ecuaciones diferenciales de Lagrange

$$\left( \frac{\partial L}{\partial \dot{x}} \right) \frac{d}{dt} - \frac{\partial L}{\partial x} + \frac{\partial D}{\partial \dot{x}} = 0$$
 (9)

$$\left( \frac{\partial L}{\partial \dot{\theta}} \right) \frac{d}{dt} - \frac{\partial L}{\partial \theta} + \frac{\partial D}{\partial \dot{\theta}} = \tau$$



Procediendo a derivar parcialmente (8) y siguiendo la expresión (9) se tiene

$$\frac{\partial L}{\partial \dot{x}} = \left( m\dot{x} + \frac{J_b}{r^2} \dot{x} \right) \Rightarrow \left( \frac{\partial L}{\partial \dot{x}} \right) \frac{d}{dt} = \left( m + \frac{J_b}{r^2} \right) \ddot{x}$$

$$\frac{\partial L}{\partial x} = m\dot{\theta}^2 - mg\sin\theta$$

$$\frac{\partial L}{\partial \dot{\theta}} = J_v \dot{\theta} + m\dot{x}^2 \Rightarrow \left( \frac{\partial L}{\partial \dot{\theta}} \right) \frac{d}{dt} = J_v \ddot{\theta} + 2m\dot{x}\ddot{\theta} + m\dot{x}^2 \ddot{\theta}$$

$$\frac{\partial L}{\partial \theta} = -mgx\cos\theta$$

Reemplazando los términos anteriores hallados de derivar parcialmente el lagrangiano se obtienen las ecuaciones diferenciales que modelan la dinámica del sistema Bola-Viga.

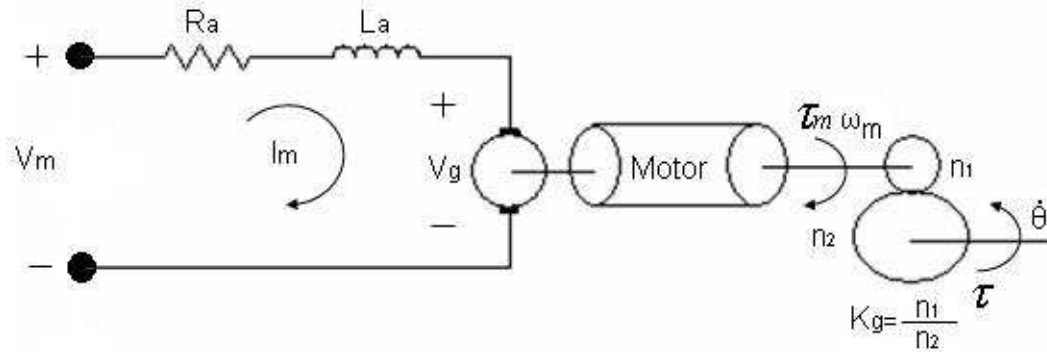
$$\left( m + \frac{J_b}{r^2} \right) \ddot{x} - m\dot{\theta}^2 + mg\sin\theta = 0$$

(10)

$$\left( J_v + m\dot{x}^2 \right) \ddot{\theta} + 2m\dot{x}\ddot{\theta} + mgx\cos\theta = \tau$$

Si se tiene en cuenta que el torque se produce por un motor de corriente directa controlado por voltaje se recurre a encontrar el modelo matemático de dicho motor.

Ilustración 27 Representación esquemática de un motor DC



Donde:

$V_m$ : voltaje de entrada

$V_g$ : voltaje contraelectromotriz

$R_a$ : resistencia de armadura

$L_a$ : inductancia de armadura

$I_m$ : Corriente de armadura

$J_m$ : inercia del motor

$K_g$ : Proporción de engranajes

$\tau_m$ : torque del eje del motor

$\tau$ : torque del eje del reductor

$\omega_m$ : velocidad angular del eje del motor

$\dot{\theta}$ : velocidad angular del eje del reductor

Aplicando al sistema eléctrico del motor la ley de voltaje de Kirchoff se tiene que:

$$V_m = L \frac{dI_m}{dt} + R_a I_m + V_g \quad (11)$$

En señales continuas la derivada respecto al tiempo de la corriente es cero y por lo tanto la caída de voltaje en el inductor es nula.

El voltaje contraelectromotriz es igual a la constante de velocidad del motor por la velocidad angular del rotor.

$$V_g = K_e \omega_m \quad (12)$$

Por otra parte el torque generado por el rotor es igual a la constante de torque del motor por la corriente de armadura del motor.

$$\tau_m = K_t I_m \quad (13)$$

Reemplazando (12) en (11), despejando  $I_m$  de (13), y reemplazando en (12) también se obtiene la siguiente expresión

$$V_m = R_a \frac{\tau_m}{K_t} + K_e \omega_m \quad (14)$$

Despejando  $\tau_m$  se obtiene

$$\tau_m = \frac{K_t V_m}{R_a} - \frac{K_e K_t \omega_m}{R_a} \quad (15)$$

En un motor DC la potencia generada por la parte eléctrica es absorbida por la parte mecánica, por ende se puede afirmar que la potencia eléctrica es igual a la potencia mecánica. Esto conlleva a demostrar que las constantes de torque y velocidad son iguales o similares.

$$Pot_{Elec} = Pot_{Mec}$$

$$Pot_{Elec} = V_g I_m$$

$$Pot_{Mec} = \tau_m \omega_m$$

$$K_e \omega_m I_m = K_t I_m \omega_m$$

$$K_e = K_t$$

Reescribiendo la ecuación (15) se tiene lo siguiente:

$$\tau_m = \frac{K_e V_m}{R_a} - \frac{K_e^2 \omega_m}{R_a} \quad (16)$$

Ahora si se tiene en cuenta el efecto de una caja reductora acoplada en el eje del motor, se tiene que la velocidad angular es inversamente proporcional a la reducción y el par directamente proporcional a la reducción.

$$\tau = K_g \tau_m \quad (17)$$

$$\omega_m = \frac{\dot{\theta}}{K_g} \quad (18)$$

Reemplazando (17) y (18) en (16) se obtiene:

$$\tau = \frac{K_g K_e V_m}{R_a} - \frac{K_e^2 \dot{\theta}}{R_a} \quad (19)$$

Finalmente la dinámica del sistema Bola-Viga incluyendo la dinámica del motor queda descrita de la siguiente manera:

$$\left( m + \frac{J_b}{r^2} \right) \ddot{x} - m x \dot{\theta}^2 + m g \sin \theta = 0 \quad (20)$$

$$(J_v + m x^2) \ddot{\theta} + 2 m x \dot{x} \dot{\theta} + m g x \cos \theta = \frac{K_g K_e V_m}{R_a} - \frac{K_e^2 \dot{\theta}}{R_a}$$

Reescribiendo (20) considerando como única entrada el voltaje de control del motor se tiene como modelo definitivo el siguiente:

$$\left(m + \frac{J_b}{r^2}\right)\ddot{x} - mx\dot{\theta}^2 + mg\sin\theta = 0 \quad (21)$$

$$(J_v + mx^2)\ddot{\theta} + \left(2mx\dot{x} + \frac{K_e^2}{R_a}\right)\dot{\theta} + mgx\cos\theta = \frac{K_g K_e}{R_a} V_m$$

Este mismo modelo representado por ecuaciones diferenciales se puede representar en variables de estado.

Primero se procede a bautizar las variables diferenciables.

$$x_1 = x \quad x_2 = \dot{x} \quad x_3 = \theta \quad x_4 = \dot{\theta} \quad u = V_m \quad (22)$$

Luego de cada ecuación diferencial se despeja la variable de mayor grado, es decir  $\ddot{x}$  y  $\ddot{\theta}$  y se reemplaza por los valores bautizados anteriormente. Esto da como resultado cuatro ecuaciones en variables de estado.

$$\begin{aligned} \dot{x}_1 &= x_2 \Rightarrow f_1 \\ \dot{x}_2 &= \frac{mx_1x_4^2 - mg\sin x_3}{m + \frac{J_b}{r^2}} \Rightarrow f_2 \\ \dot{x}_3 &= x_4 \Rightarrow f_3 \\ \dot{x}_4 &= \frac{\frac{K_g K_e}{R_a} u - 2mx_1x_2x_4 - \frac{K_e^2}{R_a}x_4 - mgx_1\cos x_3}{J_v + mx_1^2} \Rightarrow f_4 \end{aligned} \quad (23)$$

La importancia de hallar el modelo matemático en variables de estado es por la facilidad de linealizarlo alrededor de un punto y poder realizar el análisis de controlabilidad, observabilidad y diseño de controladores en el espacio de estado.

**10.1.1 Linealización del modelo matemático** Para linealizar el modelo matemático en variables de estado (23) se aplicara el concepto de la matriz Jacobiana, el cual consiste en derivar parcialmente las cuatro funciones del modelo respecto cada variable de estado. En términos de dinámica lineal moderna se espera que el modelo matemático se exprese de la siguiente manera:

$$\begin{aligned}\dot{x} &= Ax + Bu \\ y &= Cx\end{aligned}\tag{24}$$

La expresión (24) representa un sistema lineal donde A es la matriz Jacobiana, B es la matriz de entrada y C es la matriz de salida. La forma de hallar dichas matrices viene dada por las siguientes expresiones:

$$A = \begin{bmatrix} \frac{\partial f_1}{\partial x_1} & \frac{\partial f_1}{\partial x_2} & \frac{\partial f_1}{\partial x_3} & \frac{\partial f_1}{\partial x_4} \\ \frac{\partial f_2}{\partial x_1} & \frac{\partial f_2}{\partial x_2} & \frac{\partial f_2}{\partial x_3} & \frac{\partial f_2}{\partial x_4} \\ \frac{\partial f_3}{\partial x_1} & \frac{\partial f_3}{\partial x_2} & \frac{\partial f_3}{\partial x_3} & \frac{\partial f_3}{\partial x_4} \\ \frac{\partial f_4}{\partial x_1} & \frac{\partial f_4}{\partial x_2} & \frac{\partial f_4}{\partial x_3} & \frac{\partial f_4}{\partial x_4} \end{bmatrix}_{n \times n} \quad B = \begin{bmatrix} \frac{\partial f_1}{\partial u} \\ \frac{\partial f_2}{\partial u} \\ \frac{\partial f_3}{\partial u} \\ \frac{\partial f_4}{\partial u} \end{bmatrix}_{n \times m}\tag{25}$$

Donde las funciones  $f_1$ ,  $f_2$ ,  $f_3$  y  $f_4$  son las ecuaciones del sistema en variables de estado.

Antes de calcular el Jacobiano, se debe establecer el punto dentro del espacio de estado alrededor del cual se va a linealizar, para este caso se toma  $x = 0$  y  $\theta = 0$ ; esto implica

que las variables de estado  $x_1$  y  $x_3$  son cero; para determinar el valor de las demás variables de estado se resuelve las ecuaciones en estado estacionario:

$$0 = \frac{mx_1x_4^2 - mg\sin x_3}{m + \frac{J_b}{r^2}}$$

$$0 = \frac{\frac{K_g K_e}{R_a} u - 2mx_1x_2x_4 - \frac{K_e^2}{R_a} x_4 - mgx_1\cos x_3}{J_v + mx_1^2}$$

De aquí se obtiene que:  $x_2 = 0$ ,  $x_4 = 0$  y  $u = 0$ ; entonces el punto de operación es

$$x_1 = 0; x_2 = 0; x_3 = 0; x_4 = 0; u = 0$$

Ahora se efectúan las derivadas parciales y se evalúan en el punto donde se va a linealizar para obtener la matriz A y la matriz B:

El vector C es el de salida, en este caso  $C = [1 \ 0 \ 0 \ 0]$  puesto que la salida de interés es  $y = x_1$ , es decir la posición de la bola.

Recurriendo al comando jacobian de matlab para obtener las matrices A y B se tiene:

$$A = \text{jacobian}([f_1; f_2; f_3; f_4], [x_1, x_2, x_3, x_4])$$

$$B = \text{jacobian}([f_1; f_2; f_3; f_4], [u])$$

$$A = \begin{bmatrix} 0 & 1 & 0 & 0 \\ 0 & 0 & \frac{-mg}{\frac{J_b}{r^2} + m} & 0 \\ 0 & 0 & 0 & 1 \\ \frac{-mg}{J_v} & 0 & 0 & \frac{K_e^2}{R_a J_v} \end{bmatrix} \quad B = \begin{bmatrix} 0 \\ 0 \\ 0 \\ \frac{K_g K_e}{R_a J_v} \end{bmatrix}$$

(26)

$$C = [1 \ 0 \ 0 \ 0]$$

Finalmente el modelo linealizado alrededor de los puntos de equilibrio  $x_1 = 0$ ;  $x_2 = 0$ ;  $x_3 = 0$ ;  $x_4 = 0$ ;  $u = 0$  y tomando las matrices de (26) y reemplazando en (24) se tiene

$$\begin{bmatrix} \dot{x}_1 \\ \dot{x}_2 \\ \dot{x}_3 \\ \dot{x}_4 \end{bmatrix} = \begin{bmatrix} 0 & 1 & 0 & 0 \\ 0 & 0 & \frac{-mg}{\frac{J_b}{r^2} + m} & 0 \\ 0 & 0 & 0 & 1 \\ \frac{-mg}{J_v} & 0 & 0 & \frac{K_e^2}{R_a J_v} \end{bmatrix} \begin{bmatrix} x_1 \\ x_2 \\ x_3 \\ x_4 \end{bmatrix} + \begin{bmatrix} 0 \\ 0 \\ 0 \\ \frac{K_g K_e}{R_a J_v} \end{bmatrix} u$$

(28)

$$y = [1 \ 0 \ 0 \ 0] \begin{bmatrix} x_1 \\ x_2 \\ x_3 \\ x_4 \end{bmatrix}$$



**10.1.2 Análisis de estabilidad del sistema** En la teoría de control existen diversos métodos de análisis de estabilidad y cada uno se aplica según las condiciones en que se encuentra el modelo matemático de la planta. Para este caso se hallara la matriz de autovalores usando el comando eig de matlab.

Para ello es necesario reemplazar el valor de todos los parámetros numéricos del sistema en (26). La matriz de estado y la matriz de entrada resultante se muestran en (29)

Tabla 17. Parámetros del sistema

Parámetros del sistema	Valor	Unidad
Masa de la barra (M)	0.26069	Kg
Longitud de la barra (L)	0.84	M
Momento de inercia de la barra ( $J_v$ )	0.0155	Kgm <sup>2</sup>
Masa de la bola (m)	0.066	Kg
Radio de la bola (r)	0.0127	M
Momento de inercia de la bola ( $J_b$ )	4.2581e-6	Kgm <sup>2</sup>
Aceleración gravitatoria (g)	-9.81	m/s <sup>2</sup>
Constante de velocidad del motor ( $K_e$ )	0.0242	V/rad/s
Constante de torque del motor ( $K_t$ )	0.0242	Nm/A
Resistencia de armadura del motor ( $R_a$ )	2.21	$\Omega$
Proporción de engranajes ( $K_g$ )	18	-
Inercia del motor ( $J_m$ )	0.00000397	Kgm <sup>2</sup>
Inercia del reductor ( $J_r$ )	0.00000008	Kgm <sup>2</sup>

$$\begin{bmatrix} \dot{x}_1 \\ \dot{x}_2 \\ \dot{x}_3 \\ \dot{x}_4 \end{bmatrix} = \begin{bmatrix} 0 & 1 & 0 & 0 \\ 0 & 0 & 7.0071 & 0 \\ 0 & 0 & 0 & 1 \\ 41.7404 & 0 & 0 & -0.0171 \end{bmatrix} \begin{bmatrix} x_1 \\ x_2 \\ x_3 \\ x_4 \end{bmatrix} + \begin{bmatrix} 0 \\ 0 \\ 0 \\ 12.7069 \end{bmatrix} u \quad (29)$$

$$y = [1 \ 0 \ 0 \ 0] \begin{bmatrix} x_1 \\ x_2 \\ x_3 \\ x_4 \end{bmatrix}$$

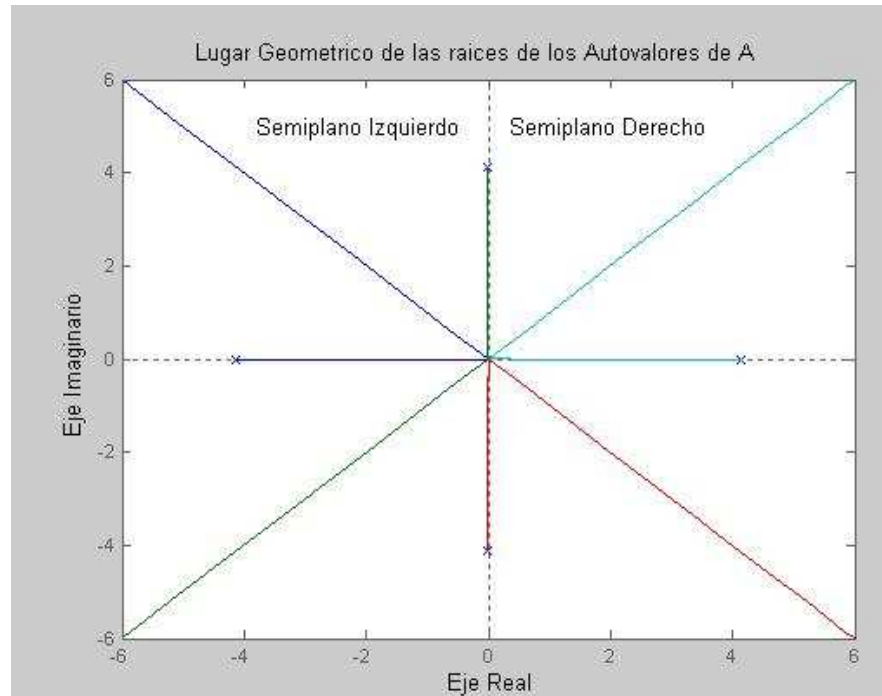
Con las matrices expresadas numéricamente se procede a utilizar el comando eig de matlab para hallar la matriz de autovalores

$[M, \text{Autovalores}] = \text{eig}(A)$ , al aplicar el comando se tiene que

$$\text{Autovalores} = \begin{bmatrix} -4.1397 & 0 & 0 & 0 \\ 0 & -0.0043 + 4.1355i & 0 & 0 \\ 0 & 0 & -0.0043 + 4.1355i & 0 \\ 0 & 0 & 0 & 4.1312 \end{bmatrix}$$

Con ayuda de la matriz de autovalores se puede afirmar que un sistema es estable si todos los elementos de la diagonal (real y/o parte real de un complejo) son negativos, esto implica que un sistema es estable si todos sus polos están ubicados en el semiplano izquierdo del lugar geométrico de las raíces, la ilustración 28 muestra el lugar geométrico de las raíces y se puede observar que tres autovalores de la matriz A son estables y tan solo uno está ubicado en el semiplano derecho provocando la inestabilidad total del sistema.

Ilustración 28. Lugar geométrico de las raíces



**10.1.3 Análisis de controlabilidad del sistema** La controlabilidad es la posibilidad de llevar un punto de un sitio a otro en el espacio de estado usando una ley de control apropiada. Un sistema es completamente controlable cuando la entrada o señal de control afecta o mueve a todas las variables de estado del sistema para que sean llevadas a otro punto dentro del espacio de estado, esta característica es muy importante ya que determina si el sistema a pesar de ser inestable puede ser controlado.

Para saber si el sistema Bola-Viga es completamente controlable se necesita hallar la matriz de controlabilidad y determinar el rango de dicha matriz, si el rango es igual a la dimensión de la matriz Jacobiana cuadrada A entonces se puede afirmar que el sistema es completamente controlable.

$$\text{Matriz}_{\text{Controlabilidad}} = [B, AB, A^2B, \dots, A^{n-1}B]$$

Aplicando el comando ctrb de matlab se puede hallar esta matriz fácilmente.

$$\text{Matriz}_{\text{Controlabilidad}} = \text{ctrb}(A,B)$$

$$\text{Matriz}_{\text{Controlabilidad}} = \begin{bmatrix} 0 & 0 & 0 & 89.0389 \\ 0 & 0 & 89.0389 & -1.5211 \\ 0 & 12.7069 & -0.2171 & 0.0037 \\ 12.7069 & -0.2171 & 0.0037 & -0.0001 \end{bmatrix}$$

Luego con el comando rank de matlab se determina el rango de la matriz de controlabilidad.

$$\text{Rank}(\text{Matriz}_{\text{Controlabilidad}}) = 4$$

Como el rango es igual a 4 y este número representa la dimensión de la matriz cuadrada A entonces el sistema Bola-Viga es completamente controlable. Cabe destacar que el rango de la matriz de controlabilidad no puede ser mayor a n, por otra parte si el rango hubiese dado menor, por ejemplo 3 se tendría que analizar si el modo no controlable es estable y así poder aplicar la técnica de control apropiada para dicho modo y al resto del sistema.

**10.1.4 Análisis de observabilidad del sistema** La observabilidad es la posibilidad de las variables de estado de influir o reflejarse en la salida. Un sistema es completamente observable si a partir de las variables de estado primarias, las variables de estado secundarias y en adelante se puedan estimar derivando las primarias. Por ejemplo si se esta midiendo con un encoder la posición angular de un motor y dicha posición es derivable entonces se podrá obtener la velocidad sin la necesidad de usar un tacómetro.

Para saber si el sistema Bola-Viga es completamente observable se necesita hallar la matriz de observabilidad y determinar el rango de dicha matriz, si el rango es igual a la dimensión de la matriz Jacobiana cuadrada A entonces se puede afirmar que el sistema completamente observable.

$$\text{Matriz}_{\text{Observabilidad}} = [c^T, c^T A^T, c^T (c^T A^T)^2, \dots]$$

Aplicando el comando obsv de matlab se puede hallar esta matriz fácilmente.

$$\text{Matriz}_{\text{Observabilidad}} = \text{obsv}(A, C)$$

$$\text{Matriz}_{\text{Observabilidad}} = \begin{bmatrix} 1 & 0 & 0 & 0 \\ 0 & 1 & 0 & 0 \\ 0 & 0 & 7.0071 & 0 \\ 0 & 0 & 0 & 7.0071 \end{bmatrix}$$

Luego con el comando rank de matlab se determina el rango de la matriz de observabilidad.

$$\text{Rank}(\text{Matriz}_{\text{Observabilidad}}) = 4$$

Como el rango es igual a 4 y este número representa la dimensión de la matriz cuadrada A entonces el sistema Bola-Viga es completamente observable. Cabe destacar que el rango de la matriz de observabilidad no puede ser mayor a n, por otra parte si el rango hubiese dado menor, por ejemplo 3 se tendría que analizar que variable primaria no es derivable y medir dicho modo no observable con un sensor adecuado.

## 10.2 SELECCIÓN DE SENSORES

Los parámetros por el cual el equipo de diseño selecciono los sensores fueron:

- ❖ Alta velocidad de respuesta
- ❖ Señal de salida tipo analógica
- ❖ En lo posible que la salida analógica sea lineal
- ❖ Buena resolución
- ❖ Rango de medida adecuado para la aplicación
- ❖ Inmune a cambios de la medición en un rango de temperatura definido.

Como se debe seleccionar dos sensores, uno para medir la posición del balón y el otro para medir el ángulo de la barra y bajo las premisas anteriores se realizaron los siguientes ensayos y análisis que finalmente permitió la selección de estos.

**10.2.1 Selección del sensor para medir la posición de la bola** Para medir la posición de la bola existen muchos tipos de sensores, entre ellos y con los cuales se realizaron pruebas se encuentran.

**10.2.1.1 Sensor infrarrojo (Sharp GP2D12)** Este sensor se encuentra en el laboratorio de electrónica de la Universidad, el principio físico de medición esta basado en la emisión de rayos infrarrojos directo sobre el objeto, el objeto refleja los rayos y son recibidos por un receptor y por triangulación se obtiene un voltaje según la distancia del objeto. Este sensor puede medir una distancia entre 10 hasta 80 centímetros, la salida es un voltaje analógico correspondiente a la distancia medida que se actualiza cada 32 milisegundos. La resolución del sensor no es muy precisa, esta en el orden de 300 mv por cada 10 cm aproximadamente, esto se debe al comportamiento no lineal del sensor aunque se podría linealizar fácilmente con un microcontrolador mejorando un poco la resolución.

Ilustración 29. conexión del sensor

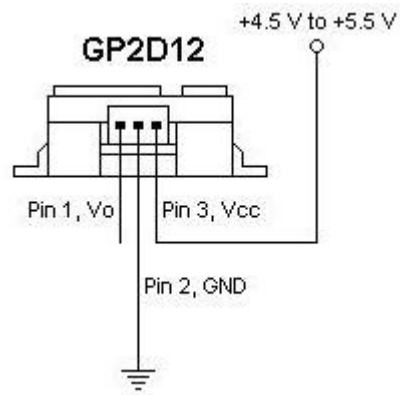
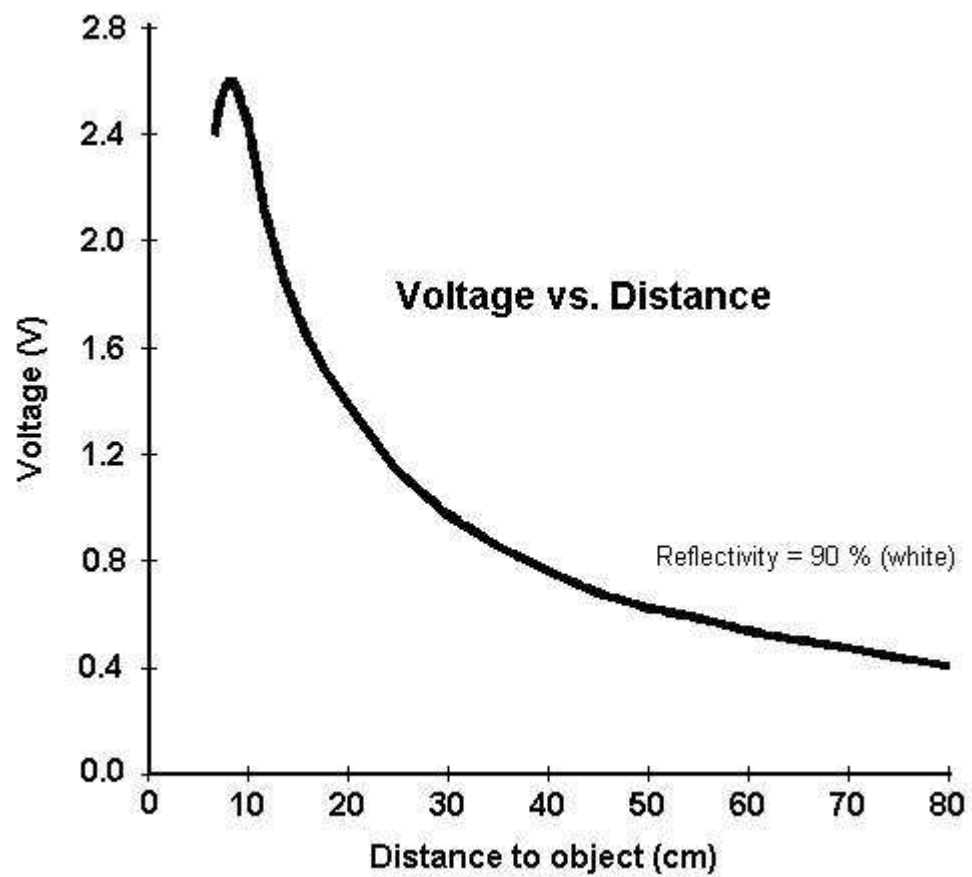


Ilustración 30. Salida del sensor  $V_o$



**10.2.1.2 Sensor resistivo (alambre resistivo)** Para construir este sensor era necesario utilizar un prototipo de una barra en la cual se pegaba 70 cm del alambre resistivo en un riel de la barra y 70 cm de cobre en el otro riel.

Para estipular el material del alambre resistivo y teniendo en cuenta las premisas sobre selección de sensores se realizo una búsqueda exhaustiva de materiales usados para la fabricación de resistencias y se encontró que los mas usados para esta aplicación en particular y de hecho a nivel industrial para la fabricación de hornos etc. Son:

- ♦ Ferro níquel o Kanthal (NiFe 52)
- ♦ Níquel cromo o Nicrothal (NiCr A)

Para establecer cual de los dos alambres resistivos es el más adecuado para la selección primero se procedió a comparar las principales características.

Tabla 18. Propiedades comparativas del níquel cromo y ferro níquel

Composición química	Resistividad eléctrica a 20 °C	Temperatura máxima de operación	Coeficiente de Temperatura de la resistencia entre TCR 0-100 °C	Resistencia a la tensión
<b>NiCr A</b>				
Ni 80% Cr 20%	1.0805769 $\Omega\text{mm}^2/\text{m}$	1400 °C	.00011 $\Omega/\Omega/^\circ\text{C}$	100-200 KPsi
<b>NiFe 52</b>				
Ni 52% Fe 50%	0.43223076 $\Omega\text{mm}^2/\text{m}$	1020 °C	.0029 $\Omega/\Omega/^\circ\text{C}$	70-150 KPsi



Evaluando estas características se puede afirmar que:

- Al poseer más resistividad el níquel-cromo tendrá más resistencia que el ferro-níquel en condiciones similares como una misma longitud y área transversal del alambre.
- El níquel-cromo soporta mayor temperatura que el ferro-níquel, Aunque el sistema Bola-Viga no operara a elevadas temperaturas este criterio no es buen parámetro de comparación.
- El ferro-níquel es mas sensible a cambios en la temperatura que el níquel-cromo debido a que posee un TCR mayor
- El níquel cromo es mas resistente a la tensión que el ferro-níquel pero este criterio no es buen parámetro de comparación ya que el alambre no es sometido a grandes fuerzas.

Con las anteriores comparaciones se selecciono parcialmente el níquel-cromo como alambre para el sensor resistivo debido a que se analizo que entre mayor resistencia se obtiene un rango de medición mayor en voltaje y entre menos sea afectado por la temperatura será mucho mas confiable la medición.

Para justificar su selección el grupo de diseño decidió realizar el experimento de sensar la posición de la bola con los dos materiales y los resultados fueron los siguientes:

La medida empleando níquel-cromo es mucho más estable que la medida empleando el ferro-níquel.

Se realizo pruebas en el laboratorio con ambos alambres, a una temperatura aproximada de 20 °C, las mismas pruebas fueron hechas al aire, libre a una temperatura aproximada de 27 °C y se observo que las medida arrojada por el sensor resistivo de ferro-níquel fue

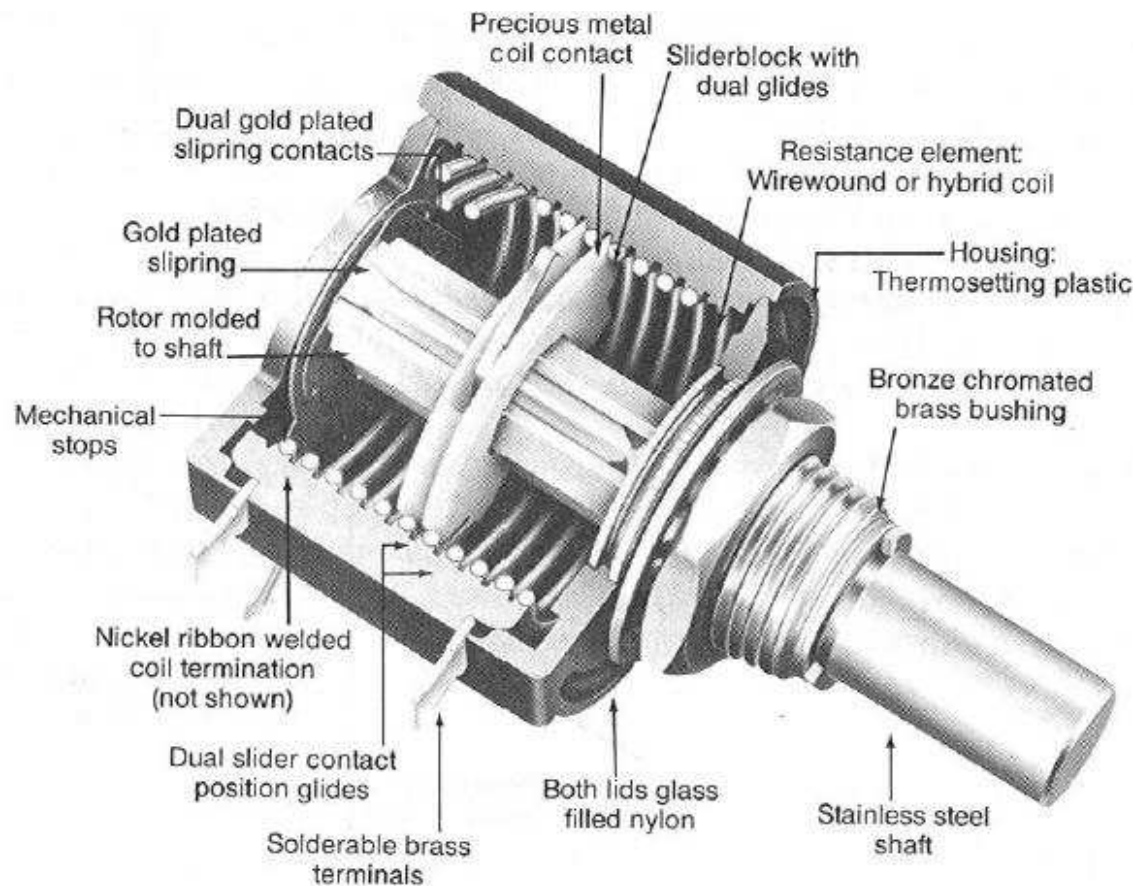
afectada notablemente por la temperatura cuando se cambio de medio, por otra parte con el sensor de níquel- cromo el cambio fue menor.

Según los resultados experimentales el níquel-cromo sigue teniendo ventaja sobre el ferro-níquel, por ello la selección del níquel-cromo como material para construir el sensor resistivo es definitivo.

**10.2.2 Selección del sensor para medir el ángulo de la viga** Para medir el ángulo de la barra existen muchos tipos de sensores, entre ellos los más comunes y usados y con los cuales se realizaron pruebas se encuentran:

**10.2.2.1 Sensor resistivo (potenciómetro rotacional)** Este sensor es quizá el mas común y económico de los sensores que miden posición angular, básicamente consta de una resistencia embobinada con un contacto giratorio que permite variar la resistencia para obtener un voltaje análogo proporcional al ángulo girado y con buena linealidad en cierto rango de la medida. Presentan problemas como baja resolución, un tiempo de respuesta relativamente lento, para la aplicación, son afectados por la temperatura y propenso al ruido.

Ilustración 31. Potenciómetro rotacional



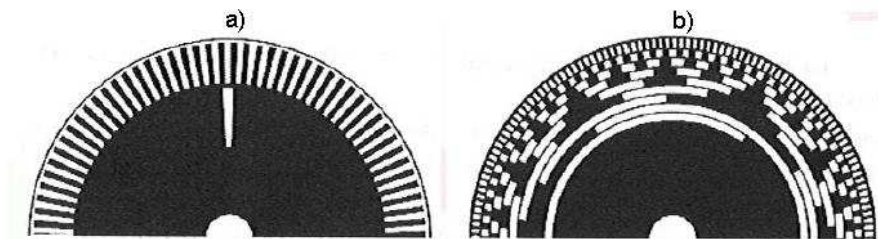
**10.2.2.2 Sensor óptico** El principio de medición de estos sensores consiste en generar pulsos por medio de un receptor cada vez que una fuente de luz atraviesa unas marcas opacas colocadas radialmente y equidistantes entre si en un disco transparente que esta acoplado en el eje, así dependiendo de la rotación del eje, el haz de luz se interrumpe con las marcas generando pulsos en el receptor para que posteriormente sean contados y así conocer la posición relativa o absoluta del eje dependiendo si es un encoder incremental o absoluto respectivamente.

Ambos tipos de encoder cuentan con características como la buena precisión, resolución etc. Pero la gran diferencia es la manera de sensar ya que un encoder incremental mide

relativamente respecto a un punto de referencia que puede ser insuficiente a la hora de detectar el punto de origen (marca del cero) para la cuenta de pulsos.

Por otro lado esto no pasa con un encoder absoluto porque gracias al sistema de codificación de los haces de luz en un código binario cíclico (código gray) es posible obtener cualquier medida asignada por dicho código sin alterar el punto de origen (marca del cero). Aprovechando esta ventaja muchos fabricantes incluyen internamente la etapa de acondicionamiento de la señal con salida analógica o digital.

Ilustración 32. Disco transparente de un encoder a) incremental b) absoluto



El análisis de sensores de posicionamiento angular llevo al grupo de diseño a seleccionar un encoder absoluto para medir el ángulo de la barra. Se realizo una búsqueda en diferentes proveedores y se encontró un encoder fabricado por Spectrol Vishay que provee una adecuada solución para la aplicación.

Ilustración 33. Sensor inteligente Vishay



La tabla 19 muestra las especificaciones tanto eléctricas, mecánicas y ambientales del sensor.

Tabla 19. Especificaciones del encoder Vishay

<b>Especificaciones Eléctricas</b>	
Suministro de voltaje	4.5 a 5.5V DC
Corriente suministrada	20 mA maximo
Máximo suministro absoluto de voltaje	6V DC
Linealidad independiente	$\pm 1\%$
Resolución	Resoluciones por debajo de los 0.5°
Medición eléctrica	360° continuos
Voltaje análogo de salida	No menor que el 90% del voltaje de suministro (0-4.5VDC aproximadamente)
Cuesta de rampa de salida	Switcheo eléctrico
Impedancia de salida	1 $\Omega$
Variación típica por la temperatura	$\pm 1^\circ$ máximo sobre -40 a 70 °C
Resistencia de aislamiento	1000 M $\Omega$ mínimo
Fuerza Dieléctrica	1000 V <sub>RMS</sub> a 50 o 60 Hz
<b>Especificaciones Mecánicas</b>	
Rotación	360° continuos
Velocidad de rotación	Máximo 5 rev/s (durante 60 s)
Máximo torque de operación	3.68 mNm
Peso	30 g
<b>Especificaciones ambientales o condiciones de operación</b>	
Vida útil	5.000.000 de ciclos
Rango de temperatura de operación	-40 a 70 °C
Rango de temperatura de almacenamiento	-40 a 104 °C
Sellado	IP54

### 10.3 SELECCIÓN DEL ACTUADOR

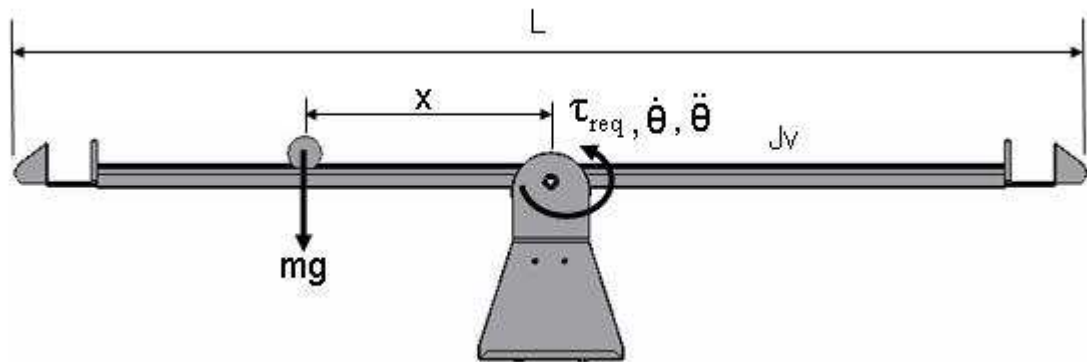
Las premisas por la cual el quipo de diseño selecciono el actuador fueron:

- ❖ Torque requerido para vencer inercias y soportar el torque que ejerce la bola.
- ❖ Velocidad adecuada para la aplicación
- ❖ Alta sensibilidad
- ❖ Alta precisión

Estas premisas fueron analizadas según la aplicabilidad del sistema y era necesario que se cumplieran estrictamente las cuatro.

#### 10.3.1 Calculo del torque requerido

Ilustración 34. Boceto para el cálculo del torque requerido



$$\tau_{\max\_req} = J_{\text{total}} \ddot{\theta} + mgx_{\max}$$

$$J_{\text{total}} = J_V + mx_{\max}^2$$

$$J_{\text{total}} = \frac{1}{12} 0.26069 \text{Kg} (0.84 \text{m})^2 + 0.066 \text{Kg} (0.35 \text{m})^2$$

$$J_{\text{total}} = (0.0155 + 0.0081) \text{Kgm}^2$$

$$J_{\text{total}} = 0.0236 \text{Kgm}^2$$

$$\sum \tau = J_{\text{total}} \ddot{\theta}$$

$$mgx = J_{\text{total}} \ddot{\theta}$$

$$\ddot{\theta}_{\max} = \frac{mgx_{\max}}{J_{\text{total}}}$$

$$\ddot{\theta}_{\max} = \frac{0.066 \text{Kg} \cdot 9.81 \text{m/s}^2 \cdot 0.35 \text{m}}{0.0236 \text{Kgm}^2}$$

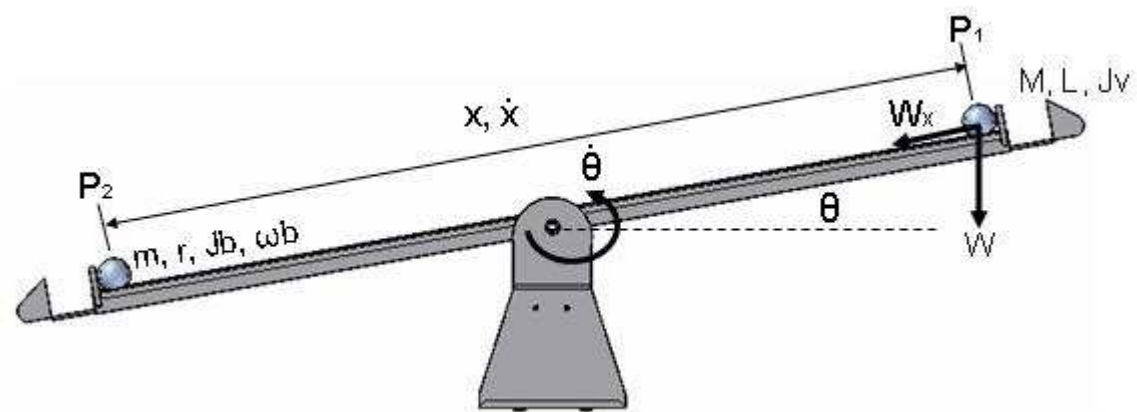
$$\ddot{\theta}_{\max} = 9.60 \text{rad/s}^2$$

$$\tau_{\max\_req} = 0.0236 \text{Kgm}^2 \cdot 9.60 \text{rad/s}^2 + 0.066 \text{Kg} \cdot 9.81 \text{m/s}^2 \cdot 0.35 \text{m}$$

$$\tau_{\max\_req} = 0.453171 \text{Nm}$$

### 10.3.2 Calculo de la velocidad angular requerida

Ilustración 35. Boceto para el calculo de la velocidad angular requerida



Usando el principio de la ley de la conservación de la energía sobre la bola solamente se tiene

$$\Delta E = 0$$

$$\frac{1}{2}m\dot{x}^2 + \frac{1}{2}J_b \frac{\dot{x}^2}{r^2} - mgx\sin\theta = 0$$

$$J_b = \frac{2}{5}mr^2, \quad x_{\max} = x = 0.35\text{m}, \quad \theta = \theta_{\max} = 15^\circ$$

$$\dot{x}^2 \left( \frac{1}{2}m + \frac{1}{5}m \right) = mgx\sin\theta$$

$$\dot{x} = \sqrt{\frac{mgx\sin\theta}{\frac{7}{10}m}}$$

$$\dot{x} = \sqrt{\frac{0.066\text{Kg} * 9.81\text{Kg/m/s}^2 * 0.35\text{m} * \sin 15^\circ}{\frac{7}{10}0.066\text{Kg}}}$$

$$\dot{x} = 1.127\text{m/s}$$

Ahora haciendo un balance de energía cinética en todo el sistema se tiene:



$$\frac{1}{2}J_v\dot{\theta}^2 + \frac{1}{2}m_x^2\dot{\theta}^2 = \frac{1}{2}m\dot{x}^2 + \frac{1}{2}J_b\frac{\dot{x}^2}{r^2}$$

$$J_v = \frac{1}{12}ML^2$$

$$\dot{\theta}^2\left(\frac{1}{24}ML^2 + \frac{1}{2}m_x^2\right) = \frac{1}{2}m\dot{x}^2 + \frac{1}{5}m\dot{x}^2$$

$$\dot{\theta} = \sqrt{\frac{\frac{7}{10}m\dot{x}^2}{\frac{1}{24}ML^2 + \frac{1}{2}m_x^2}}$$

$$\dot{\theta} = \sqrt{\frac{\frac{7}{10}0.066\text{Kg} \cdot (1.238\text{m/s})^2}{\frac{1}{24}0.26069\text{Kg}(0.845\text{m})^2 + \frac{1}{2}0.066\text{Kg} \cdot (0.35\text{m})^2}}$$

$$\dot{\theta} = 2.23\text{rad/s}$$

$$\dot{\theta} = 2.23 \frac{\text{rad}}{\text{s}} \cdot \frac{1\text{rev}}{2\pi\text{rad}} \cdot \frac{60\text{s}}{1\text{min}}$$

$$\dot{\theta}_{\text{max}} = 21.3\text{rpm}$$

**10.3.2 Búsqueda del actuador** Con los dos parámetros calculados anteriormente se procedió a realizar una búsqueda en catálogos de proveedores como Jameco Electronics y Buehler, estos fabricantes de motoredutores ofrecen productos que cumplen con el torque requerido pero no con la velocidad requerida o viceversa, además no cumplían con las otras premisas (precisión y sensibilidad) permitiendo descartarlos absolutamente de la selección. Finalmente se encontró en dos muy buenos fabricantes suizos de motores que de entrada ofrecen a sus productos las dos premisas importantes para la selección del actuador las cuales son alta sensibilidad y precisión. Estos fabricantes son maxonmotor AG y minimotor del grupo Faulhaber. Realizando una búsqueda exhaustiva en los catálogos de todas las gamas de motores DC que ofrecen se llegó a la selección del actuador A-max 32 # 236668 del fabricante maxonmotor AG, este motor se combina con el reductor planetario GP 32 C # 166934 logrando así con dicha combinación una

excelente satisfacción del torque y velocidad que se requiere. Algunas características del motoreductor seleccionado son:

Tabla 20. Características del motoreductor

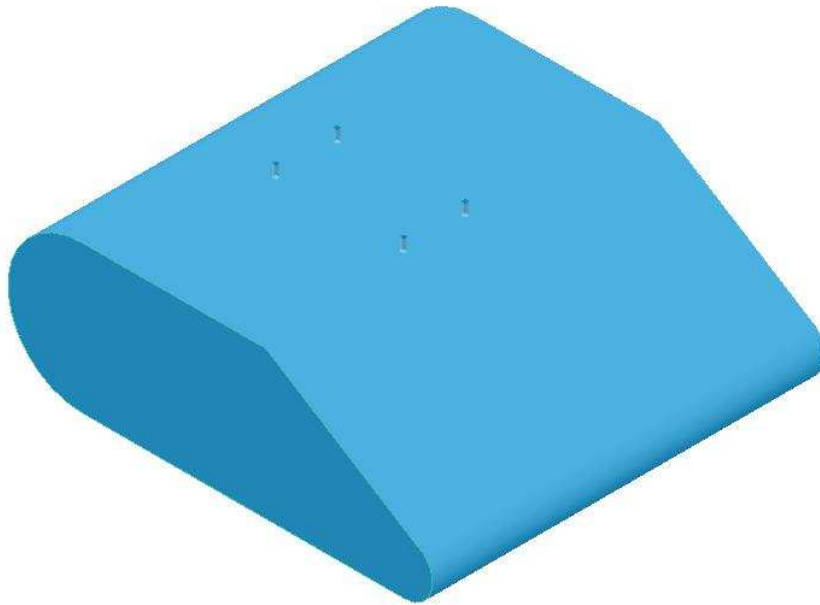
Motor DC A-max 32 # 236668		Reductor Planetario GP 32 C # 166934	
Tensión nominal	12 V	Reducción	18:1
Velocidad en vacío	4610 rpm	Numero de etapas	2
Max Torque continuo	44.5 mNm	Max torque continuo	3 Nm
Corriente en vacío	115 mA	Velocidad de salida	256 rpm

#### 10.4 DISEÑO MECÁNICO DEL SISTEMA

Teniendo en cuenta las necesidades detectadas, las premisas de la investigación, el concepto seleccionado a desarrollar, la arquitectura modular y el impacto de un excelente diseño industrial se diseñó las siguientes estructuras.

Una base que pudiera servir de carcasa para la electrónica implementada como también un fácil acceso en caso de mantenimiento, a su vez que permita en su exterior de la vista frontal la lectura de las señales de los sensores, comunicación directa con el actuador, la visualización en el LCD y servir para soportar la estructura del sistema Bola-Viga.

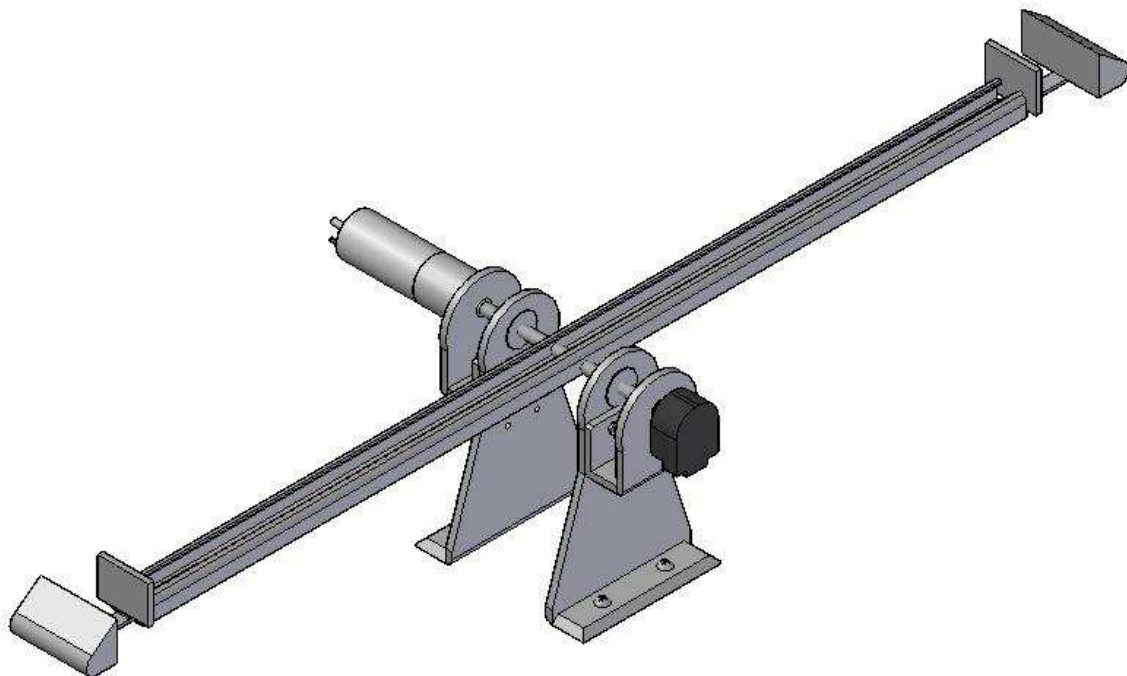
Ilustración 36. Base



La estructura del sistema Bola-Viga se diseñó con el objetivo de permitir a la articulación mover la barra libremente entre  $-30$  y  $30$  grados gracias a la ayuda de un par de rodamientos que permiten reducir las cargas. En cuanto al eje que transmite el movimiento rotatorio del motor se seleccionó un cilindro hueco de modo que por un lado

permita acoplar el motor y por el otro lado acoplar el encoder, dicha estructura articulada cuenta con dos soportes que refuerzan el sostenimiento del motor, encoder, rodamientos y la barra.

Ilustración 37. Estructura del sistema Bola-Viga

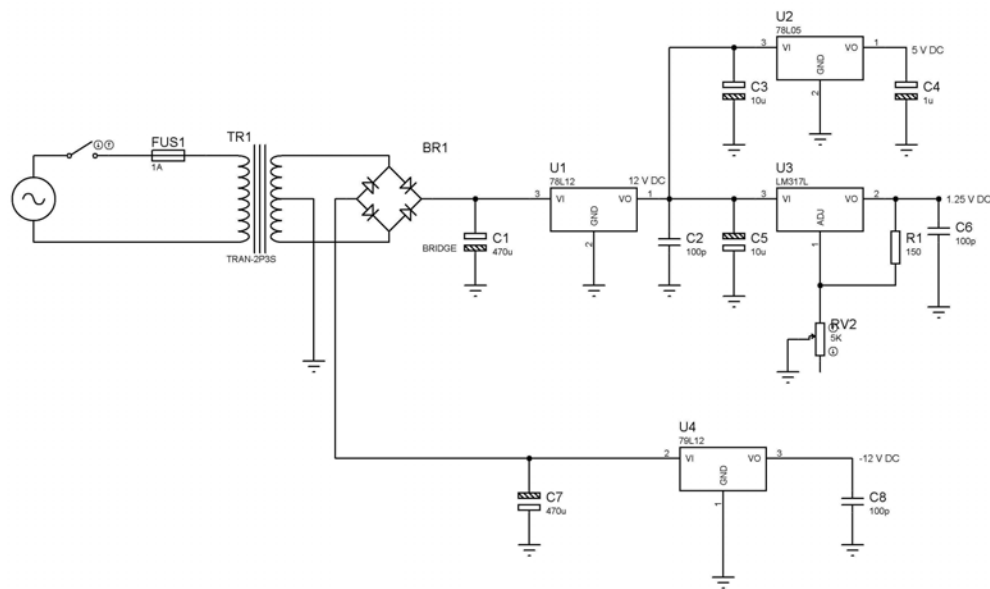


## 10.5 DISEÑO DEL SISTEMA ELÉCTRICO

El sistema eléctrico consta principalmente de tres circuitos independientes que se interconectan y permiten finalmente la lectura acondicionada y no acondicionada de los sensores.

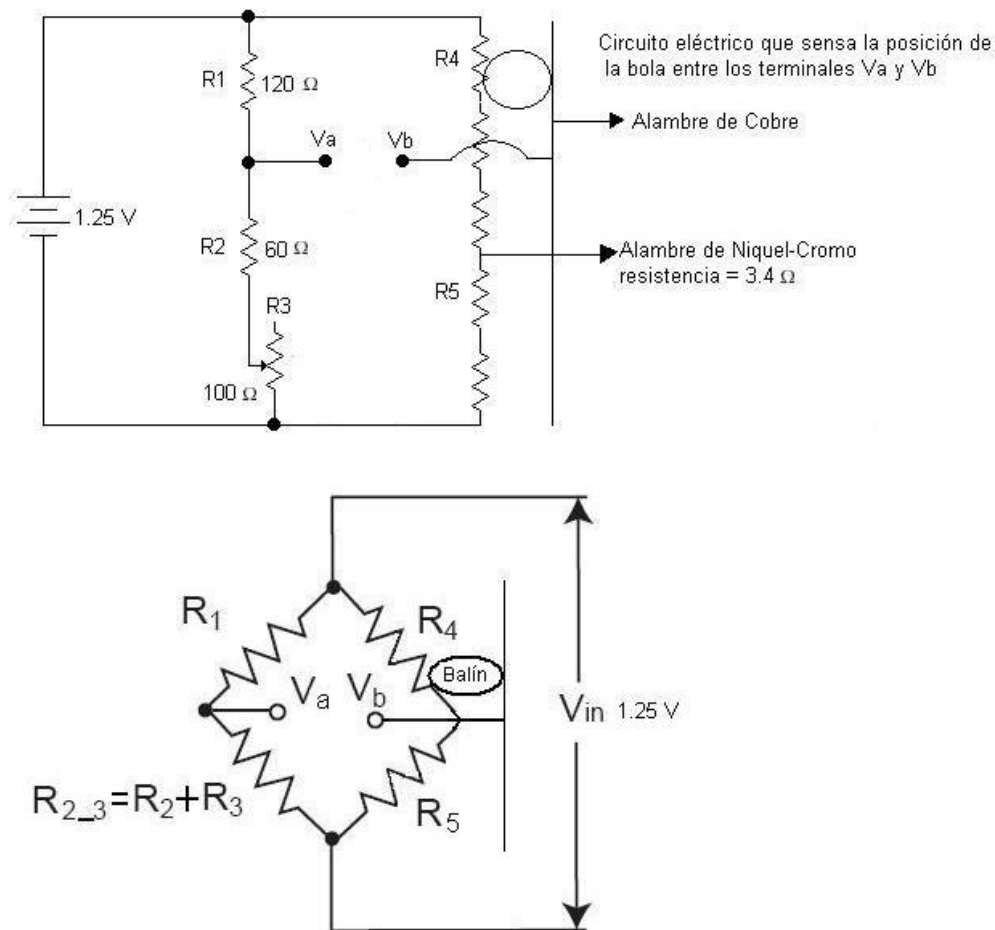
**10.5.1 Fuente DC de poder** Este circuito es el encargado de transformar el voltaje AC de la red eléctrica domiciliaria en voltaje DC necesario para alimentar o suministrar el circuito de instrumentación y del microcontrolador. La elección de los distintos reguladores como el LM7812T, LM7805T, LM317T y LM7912T que son de 1A se basó en la corriente máxima absorbida por los tres circuitos que no pasan de los 600 mA por ello mas que suficiente el uso de estas referencias. El transformador encargado de regular 110 VAC a 15-0-15 VAC fue seleccionado con una corriente máxima de 1 A, el puente rectificador de diodos también se selecciono a 1 A suficiente para rectificar 15-0-15 VAC en 15 y -15 V DC. Por ultimo para evitar sobrecargas y posibles cortocircuitos se selecciono un fusible a 1 A.

Ilustración 38. Esquemático de la fuente de Poder



**10.5.2 Circuito de instrumentación** Este es el circuito electrónico más importante ya que permite entregar la señal del sensor resistivo de -5 a 5 V DC libre de ruido para medir la posición de la bola entre -35 a 35 cm respectivamente. En cuanto al encoder no es necesario etapa de acondicionamiento porque cabe recordar que internamente el fabricante elaboro dicha etapa en un rango entre 0-5 V DC para 0-360° respectivamente. Por ello este circuito solo se enfoca en la instrumentación de la medición de la posición de la bola.

Ilustración 39. Puente Wheatstone



La ilustración anterior muestra la manera como se sensa la posición de la bola, gracias al uso del puente Wheatstone formados por  $R_1$ ,  $(R_2+R_3)$ ,  $R_4$  y  $R_5$ .

El puente Wheatstone es muy utilizado en instrumentación para sensores resistivos, en este caso es muy útil para la compensación del efecto de la temperatura sobre el alambre de níquel cromo ya que al cambiar la resistencia del alambre resistivo por efecto de la temperatura el diferencial de voltaje se mantendrá constante debido a la siguiente expresión matemática

$$V_a = \frac{R_{2\_3}}{R_1 + R_{2\_3}} V_{in} \quad (30)$$

$$V_b = \frac{R_5}{R_4 + R_5} V_{in} \quad (31)$$

$$V_a - V_b = 0 \quad (32)$$

$$\left( \frac{R_{2\_3}}{R_1 + R_{2\_3}} - \frac{R_5}{R_4 + R_5} \right) V_{in} = 0$$

$$\frac{R_{2\_3}}{R_1 + R_{2\_3}} = \frac{R_5}{R_4 + R_5} \quad (33)$$

$$R_{2\_3} R_4 = R_1 R_5$$

En la expresión (33) se puede analizar que para cualquier cambio significativo por efecto de la temperatura sobre la resistencia del alambre de níquel cromo (que se divide por el contacto entre la bola y el alambre de cobre en  $R_4$  y  $R_5$ ) y con  $R_{2\_3}$  y  $R_1$  invariables se mantendrá constante el diferencial de voltaje entre  $V_a$  y  $V_b$

Por otra parte lo anterior también se puede corroborar matemáticamente con la siguiente expresión.

$$V_{a-b} = \frac{R_1 R_5 - R_4 R_{2-3}}{(R_1 + R_{2-3})(R_4 + R_5)} V_{in} \quad (34)$$

La expresión (34) describe como inalterable el voltaje flotante entre  $V_a$  y  $V_b$  ya que se puede analizar que  $R_1$  y  $R_{2-3}$  al ser iguales y prácticamente invariantes en un rango de temperatura considerable pueden compensar la variación de  $R_4$  y  $R_5$  que si pueden variar en dicho rango de temperatura fácilmente, no necesariamente  $R_4$  y  $R_5$  serán iguales ya que la bola divide la resistencia total del alambre provocando tres situaciones para la medición

- ◆ si  $R_4 < R_5$  entonces  $V_{a-b} = -K$  mV DC
- ◆ si  $R_4 = R_5$  si y solo si la bola esta el centro del alambre resistivo  $V_{a-b} = 0$  V DC
- ◆ si  $R_4 > R_5$  entonces  $V_{a-b} = K$  mV DC

El valor  $K$  mV DC es simétrico en ambos lados de la resistencia exactamente en posiciones absolutas del centro del alambre, la diferencia solo es el signo. Finalmente el puente Wheatstone para esta aplicación es de gran utilidad ya que permite arrojar señales eléctricas simétricas y lineales desde  $-K$  hasta  $K$  mV DC y cancela el efecto de la temperatura sobre el alambre resistivo de níquel cromo.

En cuanto a  $R_3$  teóricamente sería una resistencia de  $60 \Omega$  pero como en todo sistema de medición es necesario calibrar ciertas condiciones que con el tiempo se desajustan entonces se determino que  $R_3$  sería un trimmer de  $100 \Omega$  que permita calibrar el cero de la medida, es decir dicho trimmer servirá para ajustar el cero físico con el cero eléctrico que el puente Wheatstone entrega cuando la bola se encuentra en el centro de la barra.

El inconveniente hasta ahora es que la señal entregada por el puente Wheatstone es flotante por otro lado de forma experimental y con ayuda de un osciloscopio análogo y digital se observo que la señal es ruidosa y por ello se debe implementar un filtro que no

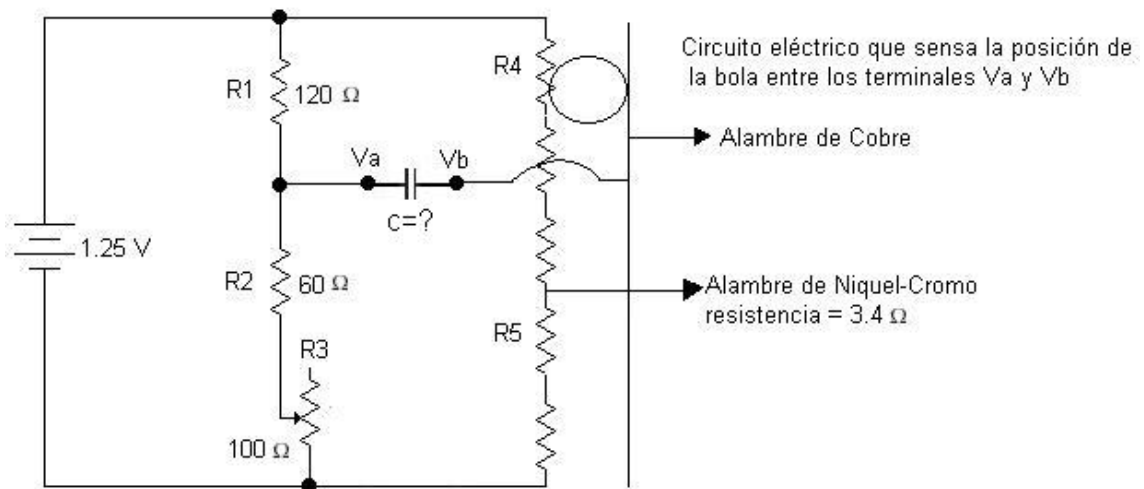


altere significativamente la dinámica del sistema y que permita obtener una señal limpia de sobrepicos.

**10.5.2.1 Diseño de un filtro para la señal del sensor resistivo** Existen muchas clases de filtros, como los filtros activos, pasivos, digitales etc. De todos ellos se decidió implementar a manera experimental el filtro más sencillo utilizando un condensador entre los terminales  $V_a$  y  $V_b$ .

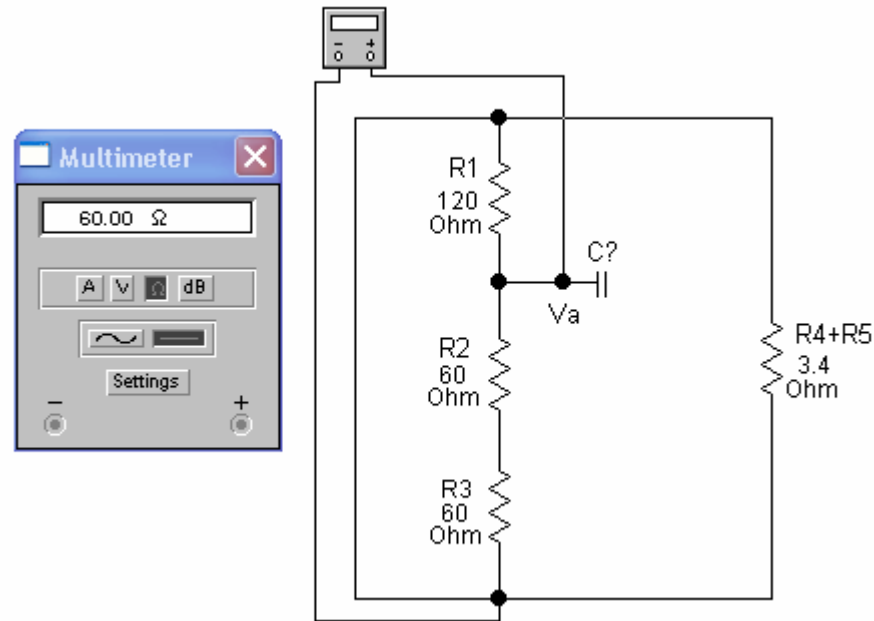
La selección del condensador adecuado tanto para filtrar la señal y no retardar considerablemente la dinámica del sistema consistió primero en determinar la resistencia equivalente del circuito de la ilustración 40.

Ilustración 40. Puente Wheatstone con un filtro implementado



Cortocircuitando la fuente de 1.25 V se tiene el siguiente circuito mostrado por la ilustración 41

Ilustración 41. Circuito para determinar la resistencia equivalente



Como lo muestra la ilustración 41 la resistencia equivalente es igual a 60  $\Omega$  asumiendo que el trimer  $R_3=60 \Omega$ , y  $R_4 + R_5=3.4 \Omega$  sin que la bola haga contacto.

Asumiendo la constante de tiempo como  $\tau=30 \mu s$  se tiene que la capacitancia es

$$c = \frac{\tau}{R_{eq}} = \frac{30 \times 10^{-6} s}{60 \Omega}$$

$$c = 0.5 \mu F$$

Como en el mercado se consigue condensadores cerámicos de  $0.1 \mu F$  entonces esto permite que la constante de tiempo disminuya, recalculando se tiene que

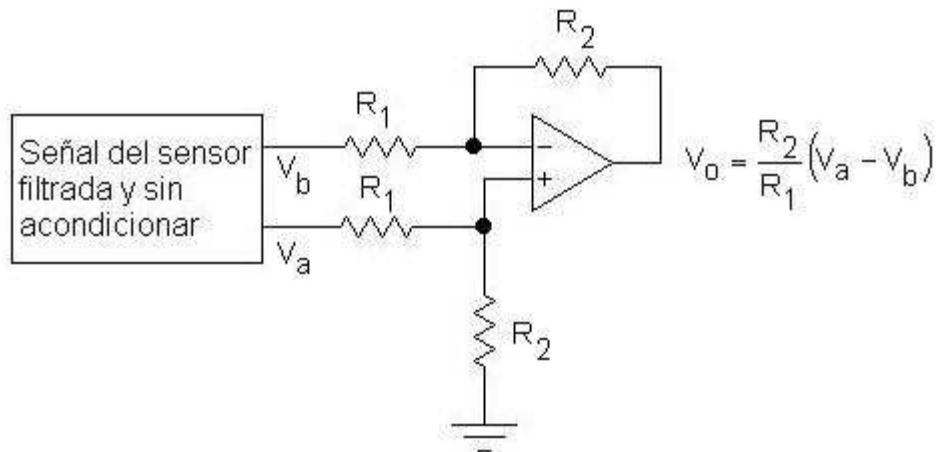
$$\tau = R_{eq}c = 60 \Omega * 0.1 \times 10^{-6} F$$

$$\tau = 6 \mu s$$

Gracias a este condensador se logro filtrar perfectamente la señal sin afectar en lo absoluto la dinámica del sistema debido a la constante de tiempo muy rápida del filtro.

**10.5.2.2 Acondicionamiento de -5 a 5 V DC para la señal del sensor resistivo** Una vez filtrada la señal del sensor se procedió a solucionar el inconveniente de la medición flotante que entrega el sensor, para ello se implemento un amplificador operacional en configuración diferencial para aterrizar la señal y obtener la misma medida respecto de la tierra común del circuito.

Ilustración 42. Señal aterrizada con un amplificador diferencial

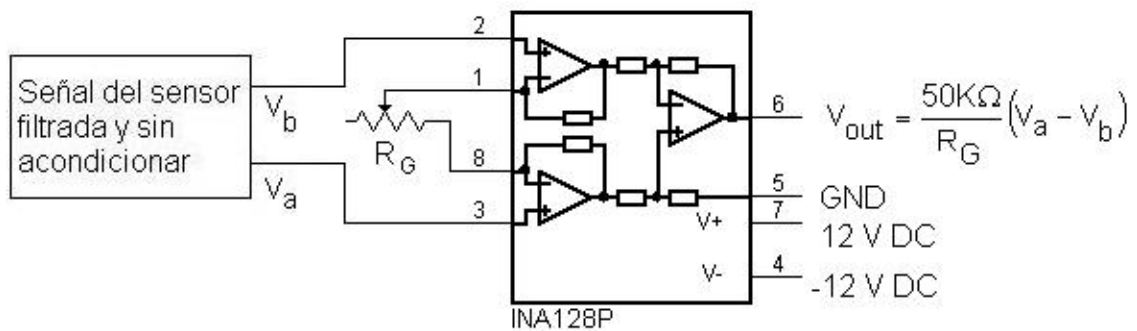


La medida obtenida entre los terminales a y b corresponde a una diferencia de potencial entre el voltaje  $V_a$  y  $V_b$  de manera flotante, con la configuración anterior se puede observar que el voltaje de salida del amplificador diferencial conserva dicha diferencia pero medida respecto a la tierra común del circuito. A la vez se le podría calcular una ganancia al voltaje de salida que permita acondicionar o amplificar la señal entregada en mV del sensor al formato de amplificación entre -5 a 5 V DC

Antes de calcular los valores de  $R_2$  y  $R_1$  para obtener una ganancia mayor a 1 se puede observar el inconveniente que  $R_2$  sería implementado con dos resistencias variables para obtener una ganancia, lo que implica también que cada vez que sea necesario ajustar el span se tendría que ajustar dos resistencias lo cual no es muy practico a la hora de

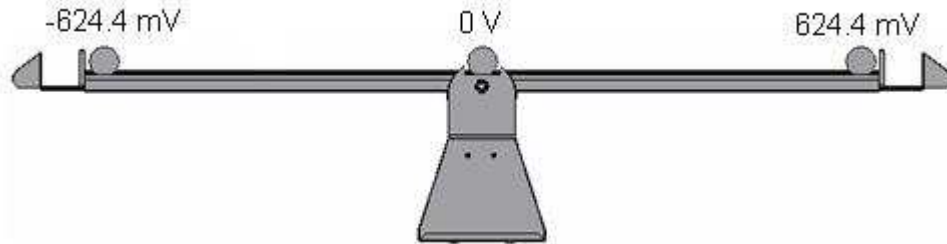
calibrar el sensor, además si se implementa otra etapa como la de un amplificador inversor y sea en esta etapa que se calcule la ganancia, se puede usar solo una resistencia variable para ajustar la ganancia pero existe el problema por el uso de resistencias comerciales que ofrecen tolerancias distintas y permiten que la medición varíe constantemente y a su vez calibrar constantemente lo cual tampoco resulta práctico e ineficiente, además lo que se requiere es siempre una medida confiable. Por ello para acondicionar la señal se implementó el circuito integrado INA 128 que internamente posee la configuración de un amplificador de instrumentación con el uso de resistencias de precisión que permiten finalmente amplificar la señal del sensor entre -5 a 5 V DC de manera confiable y precisa.

Ilustración 43. Señal Acondicionada empleando el INA 128



Para determinar el valor de  $R_G$  tal que el voltaje de salida del pin 6 del integrado INA 128 este en el rango de -5 a 5 V DC es necesario primero conocer la señal del sensor.

Ilustración 44. señal entregada por el sensor



Aprovechando la simetría debido a la linealidad del sensor se puede calculara  $R_G$  de la siguiente manera

$$5V = \frac{50K\Omega}{R_G} 0.6244V$$

$$R_G = \frac{50K\Omega}{5V} 0.6244V$$

$$R_G = 6.244K\Omega$$

Comercialmente fue fácil conseguir un trimer de 20 K con el cual se podrá ajustar el valor de  $R_G$

**10.5.2.3 Acondicionamiento de 0 - 5 V DC para la señal del sensor resistivo** Debido a que el microcontrolador PIC 16F873 recibe señales análogas entre 0 - 5 V DC, esta etapa permite convertir la señal original de -5 a 5 V DC del sensor resistivo a 0 - 5 V DC respectivamente para luego ser enviada al pín RA0 del puerto A del microcontrolador con la finalidad de mostrar en un LCD la posición de la bola.

El circuito electrónico para lograr esto fue implementado con un LM358N y esta conformado por un sumador inversor al cual por una de las entradas se le suministra 5 V DC y por la otra la señal del sensor de -5 a 5 V DC. Finalmente la señal pasa por un amplificador inversor con ganancia de 0.5.

Ilustración 45. Esquemático del convertor -5 a 5 V DC a 0 - 5 V DC

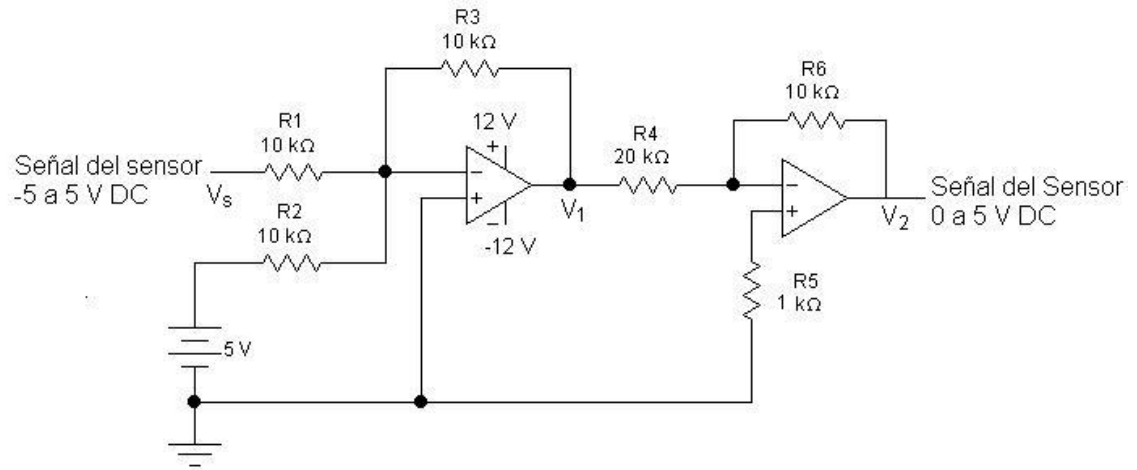
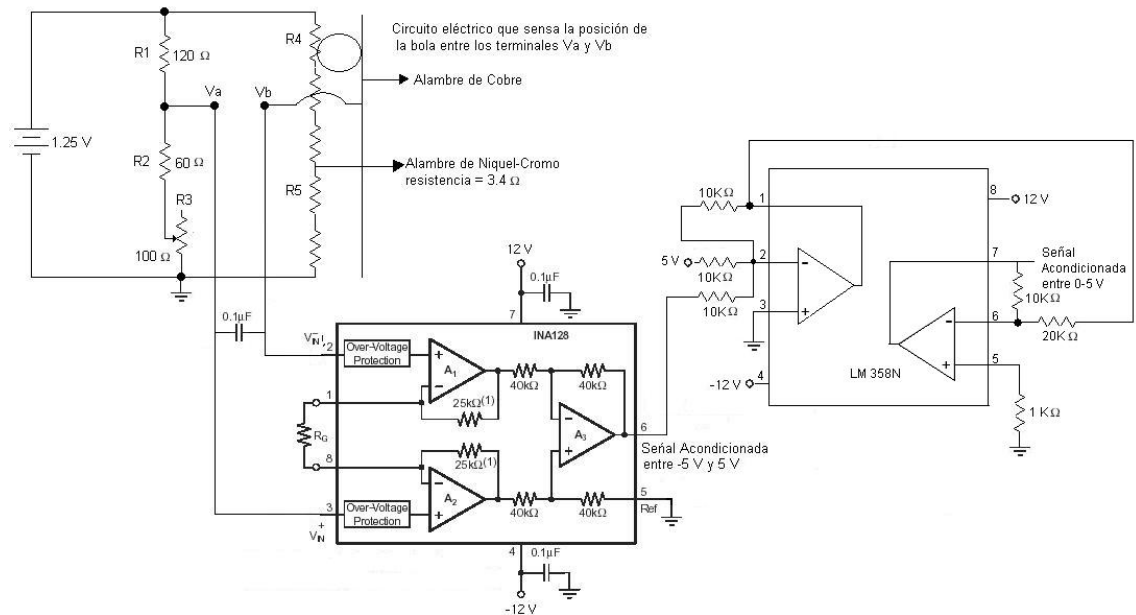


Tabla 21. Conversión -5 a 5 V DC a 0 – 5 V DC

Señal del sensor	Salida del sumador	Salida del amp. inversor
$V_s = -5 \text{ V}$	$V_1 = -\left(\frac{R_3}{R_1} V_s + \frac{R_3}{R_2} 5\right)$ $V_1 = 0\text{V}$	$V_2 = \frac{R_6}{R_4} V_1$ $V_2 = 0\text{V}$
$V_s = 0 \text{ V}$	$V_1 = -\left(\frac{R_3}{R_1} V_s + \frac{R_3}{R_2} 5\right)$ $V_1 = -5\text{V}$	$V_2 = \frac{R_6}{R_4} V_1$ $V_2 = 2.5\text{V}$
$V_s = 5 \text{ V}$	$V_1 = -\left(\frac{R_3}{R_1} V_s + \frac{R_3}{R_2} 5\right)$ $V_1 = -10\text{V}$	$V_2 = \frac{R_6}{R_4} V_1$ $V_2 = 5\text{V}$

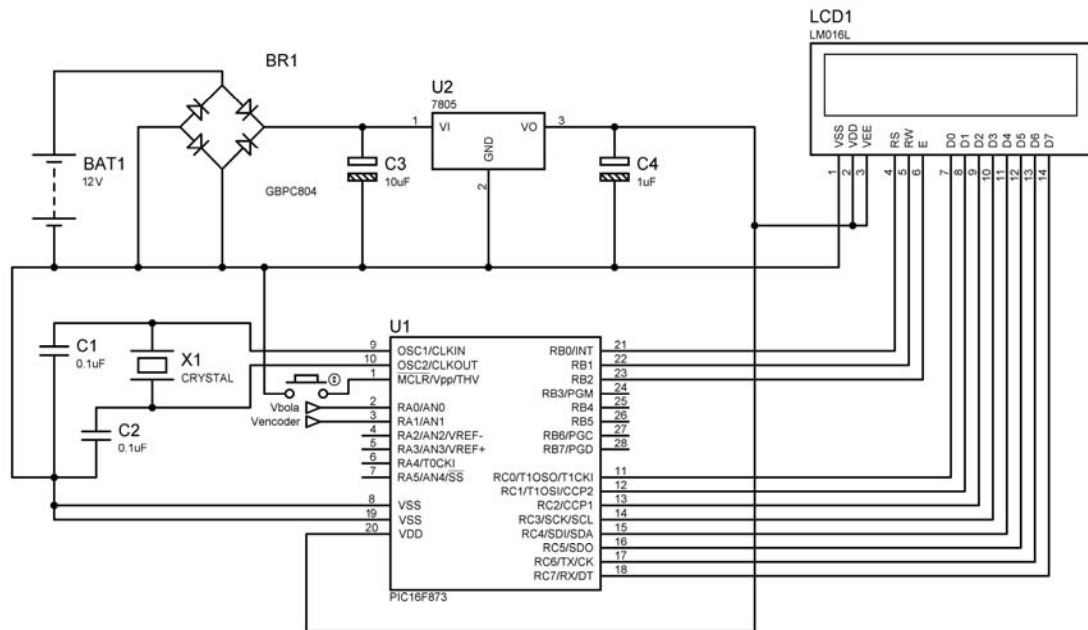
Ilustración 46. Esquemático completo del circuito de instrumentación



**10.5.3 Circuito del microcontrolador** Este circuito implementado con un microcontrolador PIC16F873 lee por los puertos RA0 y RA1 las señales continuas de 0 - 5 V DC proveniente del sensor resistivo y el encoder absoluto respectivamente.

La programación del microcontrolador se realizó en PIC C y permite primero realizar internamente las conversiones análogo/digital posteriormente dicha conversión es evaluado en dos funciones independientes para cada señal obteniendo así el valor de la medida física para que finalmente sea visualizado en el LCD.

Ilustración 47. Esquemático Circuito Microcontrolador para visualización





## 10.6 DISEÑO DE CONTROLADORES PARA EL SISTEMA BOLA-VIGA

El sistema Bola-Viga es una planta no lineal subactuada, es decir posee menos actuadores que grados de libertad lo que lo convierte en un sistema clásico al igual que otras plantas no lineales subactuadas como el péndulo invertido rotacional de Furuta y el péndulo invertido traslacional y debido a su comportamiento es posible el diseño de variedad de controladores que se mostrara a continuación:

**10.6.1 Diseño de controladores dentro del espacio de estado** Para el diseño de controladores dentro del espacio de estado es necesario trabajar con un modelo de planta lineal como en la expresión matemática (28), a partir de dicha expresión se diseñaran los controladores por este método aplicando dos técnicas, la primera por asignación de polos y la segunda por optimización lineal cuadrático.

**10.6.1.1 Diseño de un regulador por realimentación del estado mediante asignación de polos (AP)** Para este regulador es necesario partir del sistema lineal en la expresión (29), como este sistema fue linealizado alrededor de los puntos de equilibrio  $x_1=0$ ,  $x_2=0$ ,  $x_3=0$  y  $x_4=0$  se espera que el resultado sea un control de posición de la bola en el origen o punto de equilibrio literalmente estable en donde el actuador realiza el esfuerzo mínimo.

La ley de control para el regulador viene dada por la siguiente ecuación

$$u = -KX \quad (35)$$

donde  $K=[K_1 \ K_2 \ K_3 \dots K_n]$  es el vector de ganancias de estado. La técnica de control por asignación de polos permite calcular los valores de  $K$ , de modo que los autovalores de  $(A-BK)$  en lazo cerrado se encuentren en el lugar deseado.

$$\begin{aligned} \dot{x} &= Ax + Bu \\ y &= Cx \end{aligned} \quad (36)$$

$$A = \begin{bmatrix} 0 & 1 & 0 & 0 \\ 0 & 0 & 7.0071 & 0 \\ 0 & 0 & 0 & 1 \\ 41.7404 & 0 & 0 & -0.0171 \end{bmatrix} \quad B = \begin{bmatrix} 0 \\ 0 \\ 0 \\ 12.7069 \end{bmatrix}$$

(37)

$$C = [1 \ 0 \ 0 \ 0]$$

Teniendo las matrices se procede a encontrar los polos que se asignaran para el cálculo las ganancias K.

Se determina un sistema subamortiguado con  $\xi=0.8$  con un tiempo de estabilización igual a 3 segundos.  $T_s= 3s$

Con los datos anteriores se obtiene el siguiente polinomio deseado:

$$\begin{aligned} \xi &= 0.8 \\ t_s &= \frac{4}{\xi \omega_n} \\ \omega_n &= \frac{4}{\xi t_s} \\ \omega_n &= \frac{4}{0.8 * 3} \end{aligned}$$

(38)

$$\omega_n = 1.66667$$

$$P_{(\lambda)} = \lambda^2 + 2\omega_n \xi + \omega_n^2$$

$$P_{(\lambda)} = \lambda^2 + 2.66667\lambda + 2.77778$$

$$\lambda_1 = -1.3333 + 1i \quad \lambda_2 = -1.3333 - 1i$$

Polos deseados:  $P_{desM} = [-1.3333+1i, -1.3333-1i, -13.33, -13.33]$  se aumenta 10 veces la parte real de los polos debido a que el sistema Bola-Viga es de orden 4

Los valores de K se hallan por medio del comando acker de matlab que hace honor al uso de la formula de Ackerman para el calculo de las ganancias K

$K = \text{acker}(A,B,Pdes)$

$K = [8.8281 \quad 6.1532 \quad 19.7970 \quad 2.3066]$

Ilustración 48. Regulador implementado en simulink

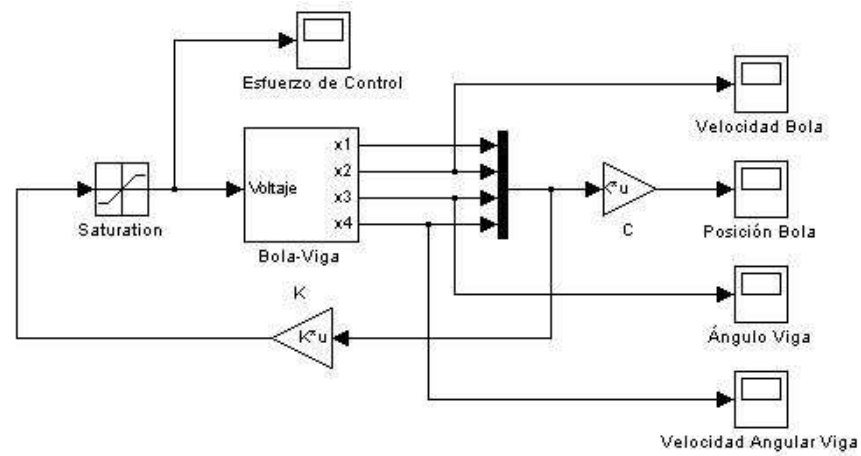


Ilustración 49. Subsistema Bola-Viga en simulink

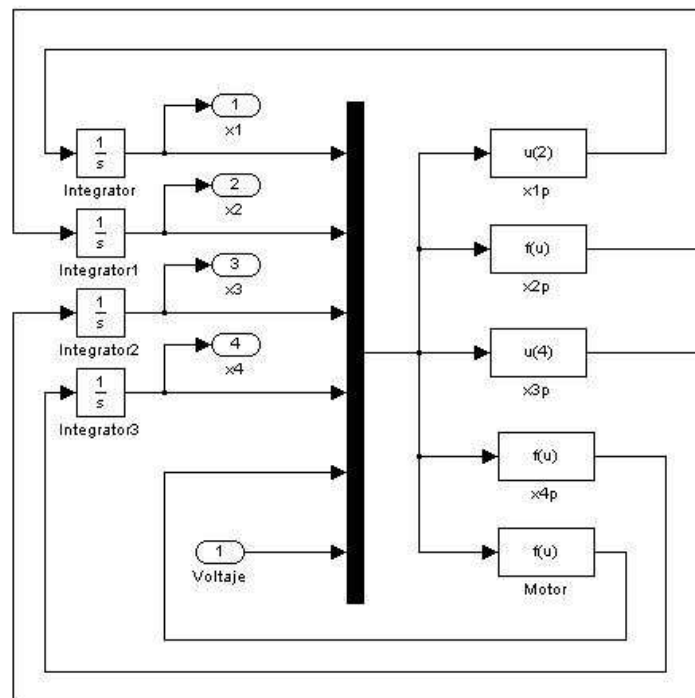


Ilustración 50. Respuesta temporal de la posición de la bola (AP)

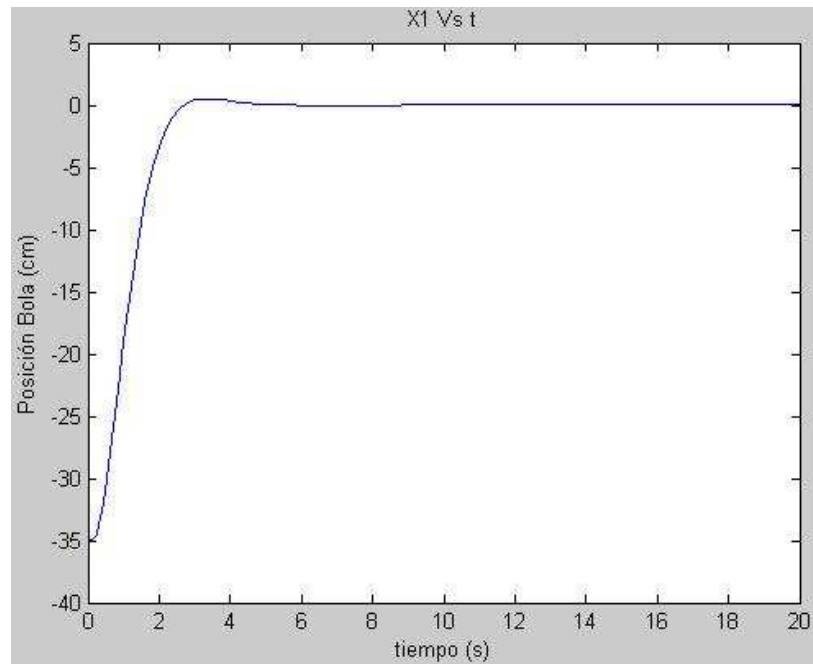


Ilustración 51. Respuesta temporal de la velocidad de la bola (AP)

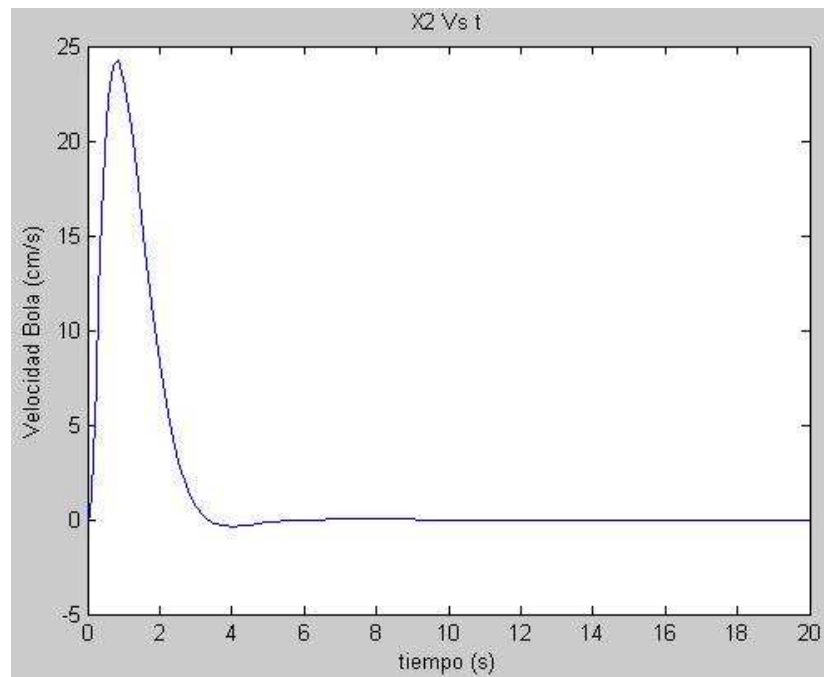


Ilustración 52. Respuesta temporal del ángulo de la viga (AP)

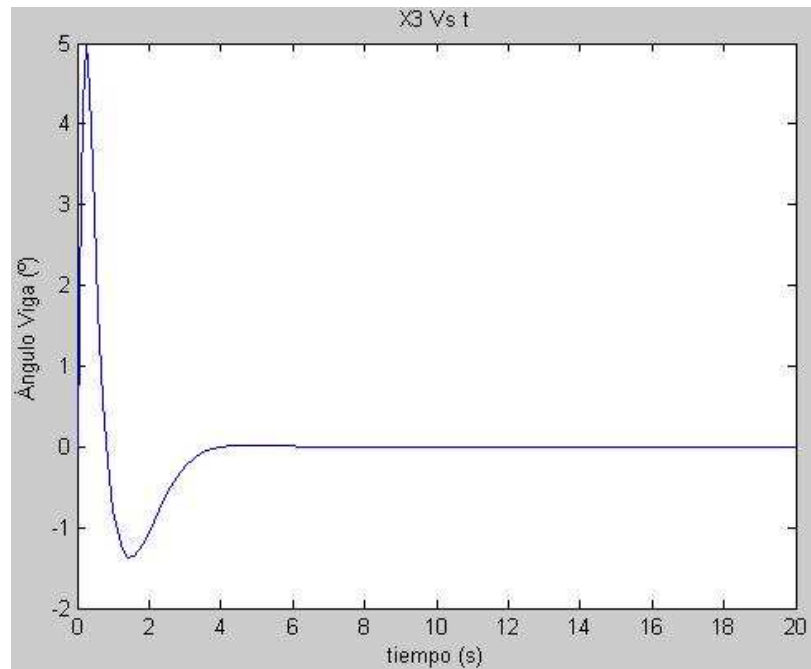


Ilustración 53. Respuesta temporal de la velocidad angular de la viga (AP)

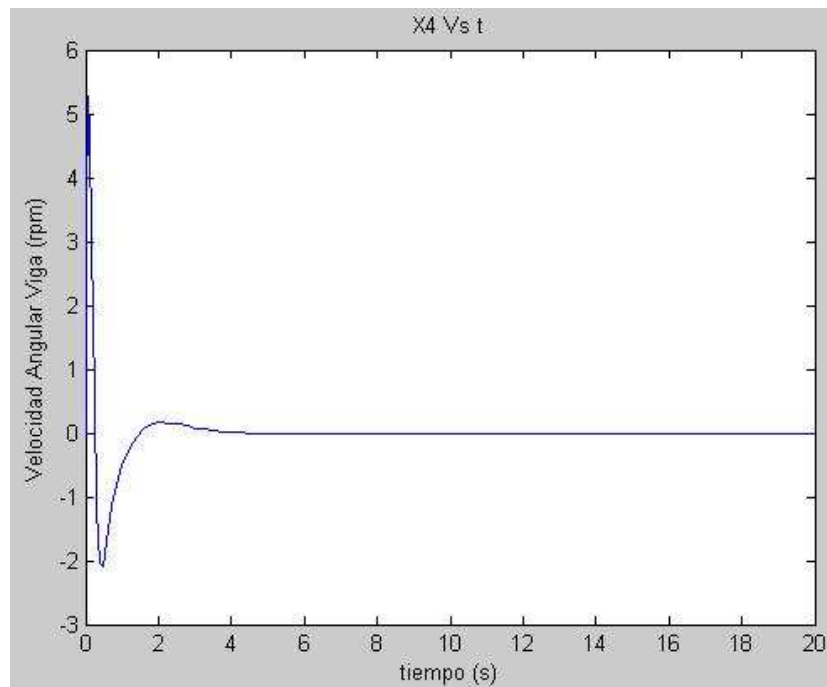
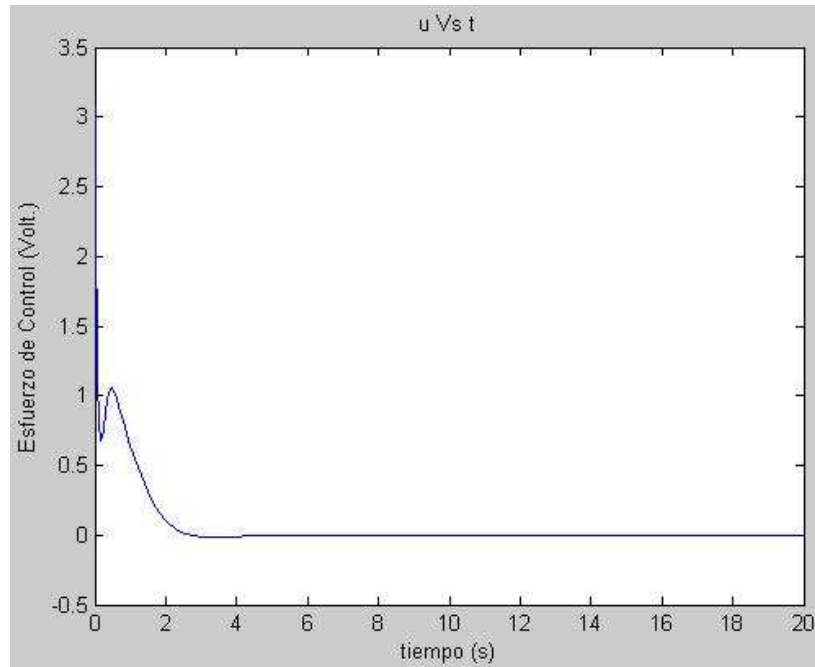


Ilustración 54. Esfuerzo de control (AP)



Desde una posición inicial de -35 cm es decir el extremo izquierdo de la barra la bola fue llevada al origen en el centro de la viga en un tiempo de 3 segundos, con una velocidad máxima de 24 cm/s alcanzada en tan solo 1 segundo e instantáneamente 1 segundo después disminuye hasta que la bola se detiene en la posición a la que es regulada.

La viga alcanzo una inclinación máxima de  $5^\circ$  y con una velocidad angular máxima de 5.1 rpm en menos de 1 segundo necesarias para que la bola se desplace con suficiente velocidad hasta el origen e instantáneamente la viga se estabiliza en cero grados que equivale a su posición horizontal.

El esfuerzo de control alcanzo un máximo voltaje de 3.1 V y descendió hasta 0.4207 mV a medida que la bola se acercaba al origen, esto se debe a que el esfuerzo de control esta en función del torque que el actuador debe ejercer sobre la bola para mantenerla en equilibrio y a medida que la bola se acerca al origen el torque disminuirá por ende el esfuerzo de control.

**10.6.1.2 Diseño de un regulador por realimentación del estado mediante LQR** Aunque esta técnica usa la misma ley de control dada por la ecuación (35) tiene otro modo de calcular el vector de realimentación óptimo K tal que el sistema en lazo cerrado minimiza un índice de desempeño cuadrático J por ello las siglas en inglés LQR (Linear Quadratic regulator) que en español sería (Regulador Lineal Cuadrático)

$$J = \int (x^T Q x + R^2 u^2) dt \quad (39)$$

Donde Q y R son matrices diagonales hermiticas definidas positivas o semidefinidas positivas

Para el cálculo de las ganancias K es necesario hallar las matrices Q y R, para ello se usará la regla del inverso de los cuadrados de las máximas desviaciones que se consideran admisibles para cada variable.

$$Q = \begin{bmatrix} Q_1 & & & \\ & Q_2 & & \\ & & Q_3 & \\ & & & Q_4 \end{bmatrix}, \quad R = \begin{bmatrix} R_1 & & & \\ & R_2 & & \\ & & R_3 & \\ & & & R_4 \end{bmatrix}$$

$$Q_i = \frac{1}{x_{\max i}^2}, i = 1, \dots, n \quad R_j = \frac{1}{u_{\max j}^2}, j = 1, \dots, m \quad (40)$$

$$\begin{aligned}
Q_1 &= \frac{1}{(x_{1\max})^2} \rightarrow \frac{1}{(0.35\text{m})^2} = 8.16 \\
Q_2 &= \frac{1}{(x_{2\max})^2} \rightarrow \frac{1}{(0.4\text{m/s})^2} = 6.25 \\
Q_3 &= \frac{1}{(x_{3\max})^2} \rightarrow \frac{1}{(0.3\text{rad})^2} = 11.11 \\
Q_4 &= \frac{1}{(x_{4\max})^2} \rightarrow \frac{1}{(1.5\text{rad/sm})^2} = 0.44 \\
R_1 &= \frac{1}{(u_{1\max})^2} \rightarrow \frac{1}{(5\text{Volt.})^2} = 0.04
\end{aligned} \tag{41}$$

Finalmente las matrices de diseño son:

$$Q = \begin{bmatrix} 8.16 & 0 & 0 & 0 \\ 0 & 6.25 & 0 & 0 \\ 0 & 0 & 11.11 & 0 \\ 0 & 0 & 0 & 0.44 \end{bmatrix}, \quad R = [0.04] \tag{42}$$

Aplicando el comando LQR de matlab que implementa internamente la solución de la ecuación de Riccati se obtiene las ganancias K

$$K = \text{lqr}(A, B, Q, R)$$

$$K = [17.9406 \quad 17.4452 \quad 35.4008 \quad 4.0695]$$

Usando el mismo esquema de control que en la ilustración 48 pero con este nuevo vector de ganancias se obtuvieron los siguientes resultados:



Ilustración 55. Respuesta temporal de la posición de la bola (LQR)

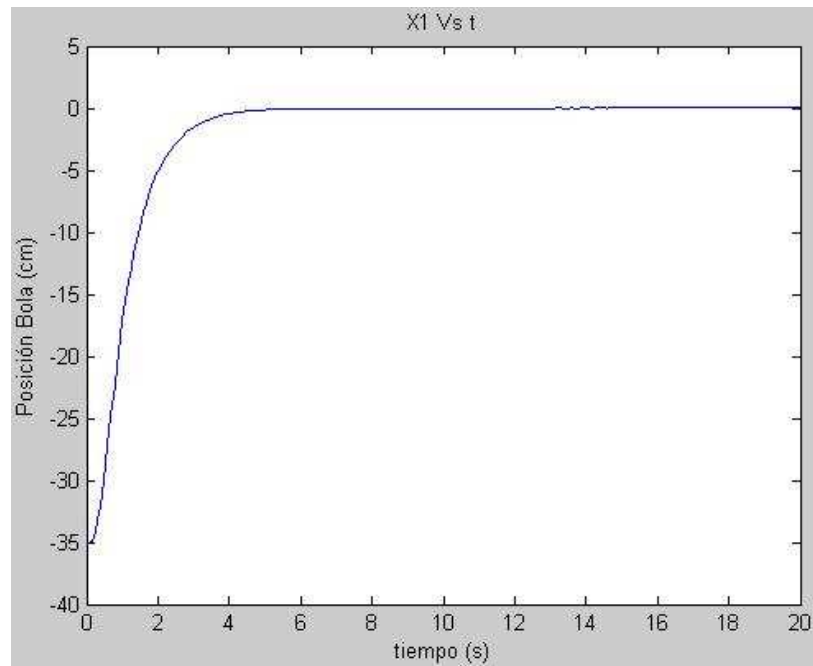


Ilustración 56. Respuesta temporal de la velocidad de la bola (LQR)

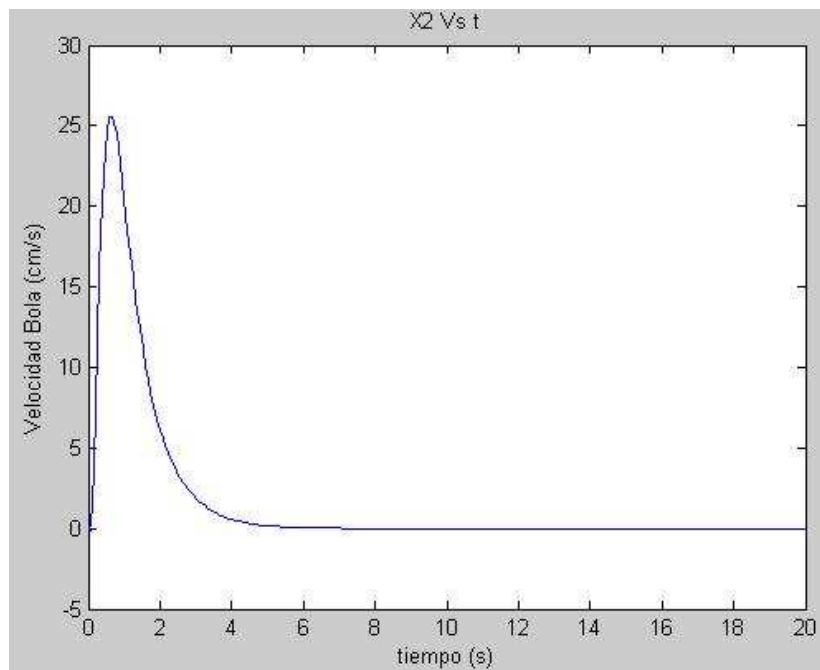


Ilustración 57. Respuesta temporal del ángulo de la viga (LQR)

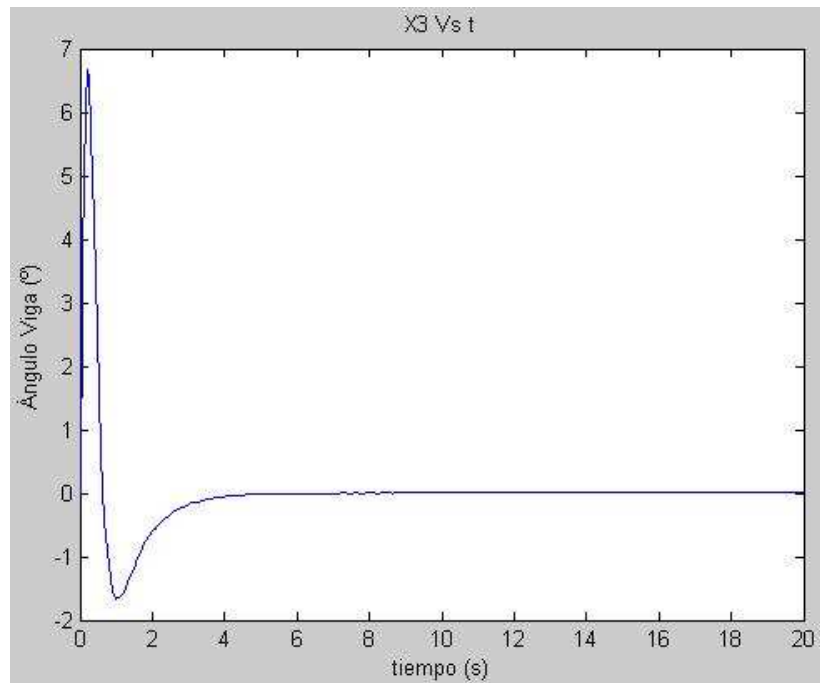


Ilustración 58. Respuesta temporal de la velocidad angular de la viga (LQR)

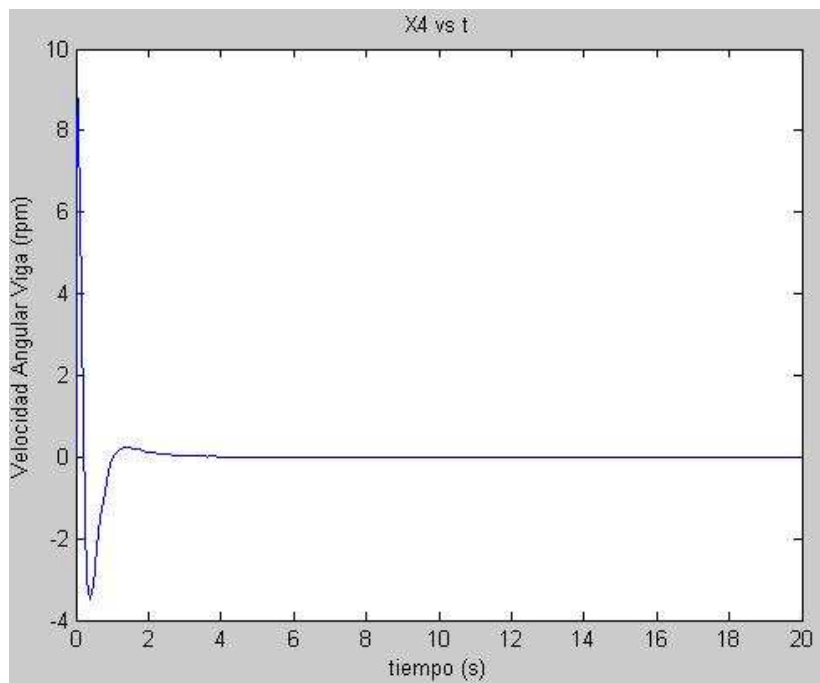
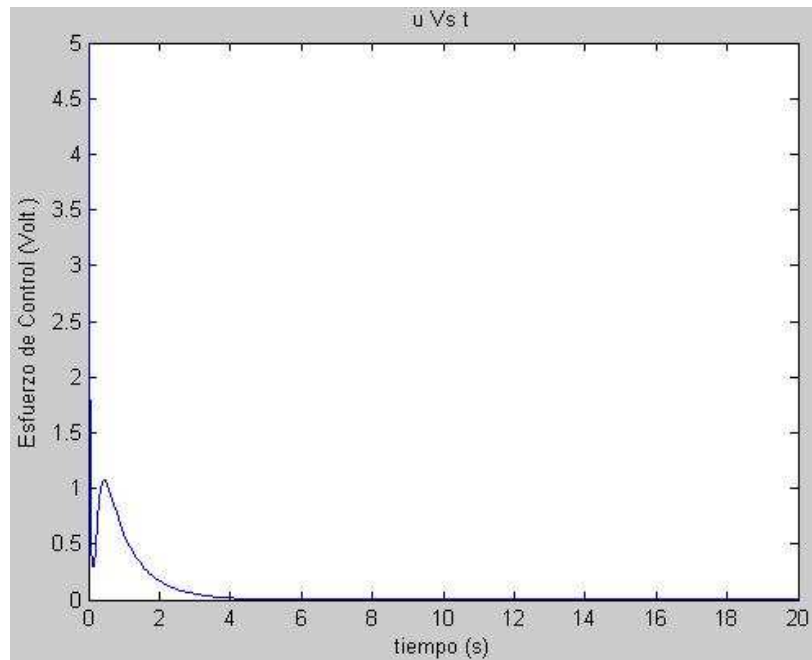


Ilustración 59. Esfuerzo de control (LQR)



Usando la técnica LQR se obtuvieron resultados parecidos que por asignación de polos, las diferencias son muy leves y ambos reguladores responden en 3 segundos a pesar que en el diseño del LQR no existe una ecuación deseada que permita determinar el tiempo de estabilización. Es quizá por ello que muchos artículos y profesores del área de automática afirman que el LQR es mas robusto que la asignación de polos pero hasta el momento estos resultados no deciden nada por consiguiente se diseñara un controlador dentro del espacio de estado que permita al usuario introducir setpoints y una vez mas estas dos técnicas competirán para determinar cual es la mejor.

**10.6.1.3 Diseño de un seguidor de referencia por realimentación del estado mediante asignación de polos (AP)** Para este controlador también es necesario partir de un sistema lineal como el de la expresión (36), este controlador permitirá por medio de una referencia o setpoint controlar la posición de la bola en cualquier punto sobre la viga.

La ley de control viene dada por la siguiente ecuación

$$u = -Kx - \int K_i e(t) dt \quad (43)$$

donde  $K = [K_1 \ K_2 \ K_3 \dots K_n]$  es el vector de ganancias de estado,  $K_i$  es la constante integral y  $e(t)$  es el error en estado estacionario. La técnica de control por asignación de polos permite calcular los valores de  $K$  de modo que los autovalores de  $(A-BK)$  en lazo cerrado se encuentren en el lugar deseado y el valor de  $K_i$  que junto con el integrador se encargan de eliminar el error en estado estacionario.

Cabe destacar que al utilizar una acción integral la planta aumenta su orden en uno, es decir el sistema será ahora de orden cinco por lo tanto las nuevas matrices de estado para hallar los valores de  $K$  y el valor de  $K_i$  cambiarán de la siguiente manera:

$$\begin{aligned} \dot{x} &= A_M x + B_M u \\ y &= Cx \end{aligned} \quad (44)$$

Donde

$$A_M = \begin{bmatrix} A & 0_{n \times 1} \\ -C & 0 \end{bmatrix}, \quad B_M = \begin{bmatrix} B \\ 0 \end{bmatrix}$$

$$A_M = \begin{bmatrix} 0 & 1 & 0 & 0 & 0 \\ 0 & 0 & 7.0071 & 0 & 0 \\ 0 & 0 & 0 & 1 & 0 \\ 47.7404 & 0 & 0 & -0.0171 & 0 \\ -1 & 0 & 0 & 0 & 0 \end{bmatrix} \quad B_M = \begin{bmatrix} 0 \\ 0 \\ 0 \\ 12.7069 \\ 0 \end{bmatrix}$$

(45)

$$C = [1 \ 0 \ 0 \ 0]$$

Con estas nuevas matrices también se hace necesario aumentar un polo a los que se calcularon anteriormente de manera que los polos deseados son:

$$Pdes_M = [-1.3333+1i, -1.3333-1i, -13.33, -13.33, -13.33]$$

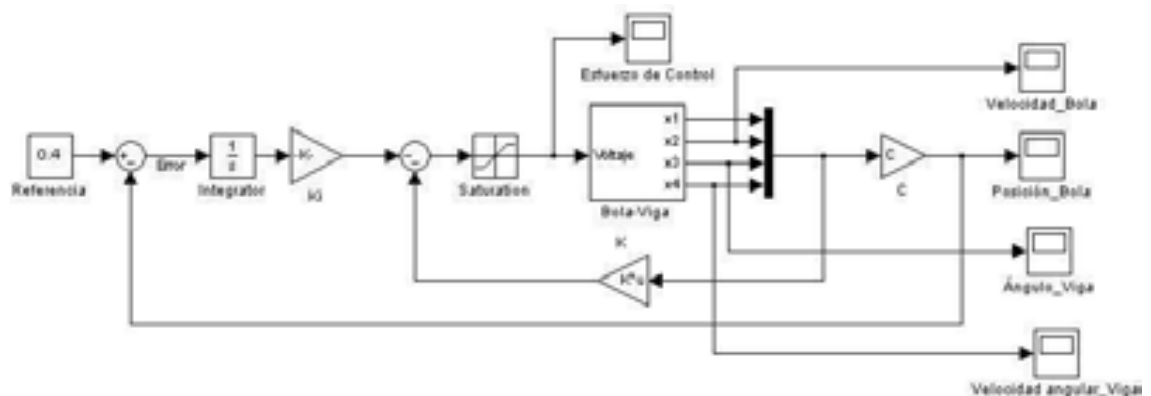
Ahora utilizando el comando acker de matlab se tiene el siguiente vector

$$K = \text{acker}(A_M, B_M, Pdes_M)$$

$$K = [90.8509 \quad 43.8140 \quad 50.5617 \quad 3.3556 \quad -73.8914]$$

Donde las cuatro primeras posiciones corresponden al vector de ganancias de estado y el quinto elemento corresponde a la constante integral, la ilustración 60 muestra en donde se deben ubicar estas ganancias.

Ilustración 60. Bucla de control implementado en simulink



Los resultados de esta bucla de control y con las ganancias calculadas se muestran a continuación:

Ilustración 61. Respuesta temporal inestable de la posición de la bola (Seguidor AP)

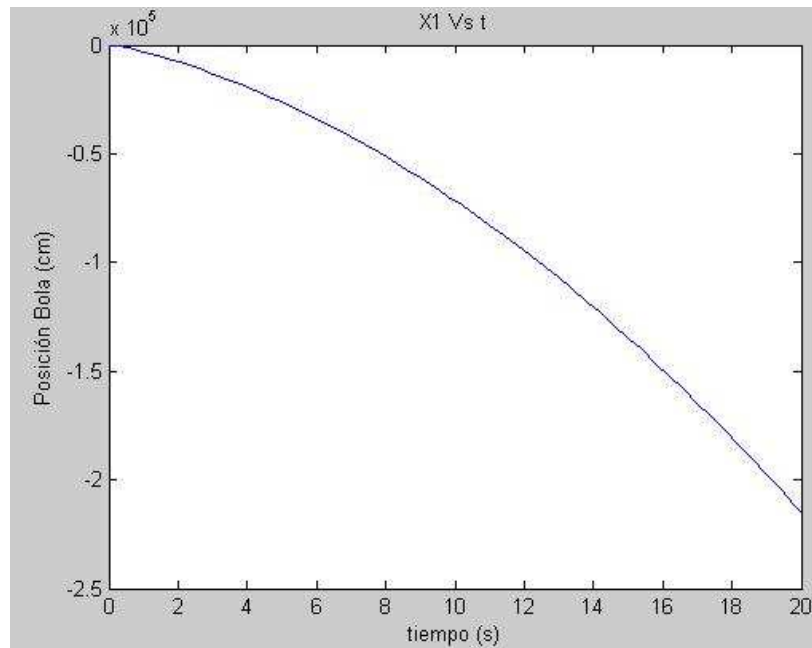
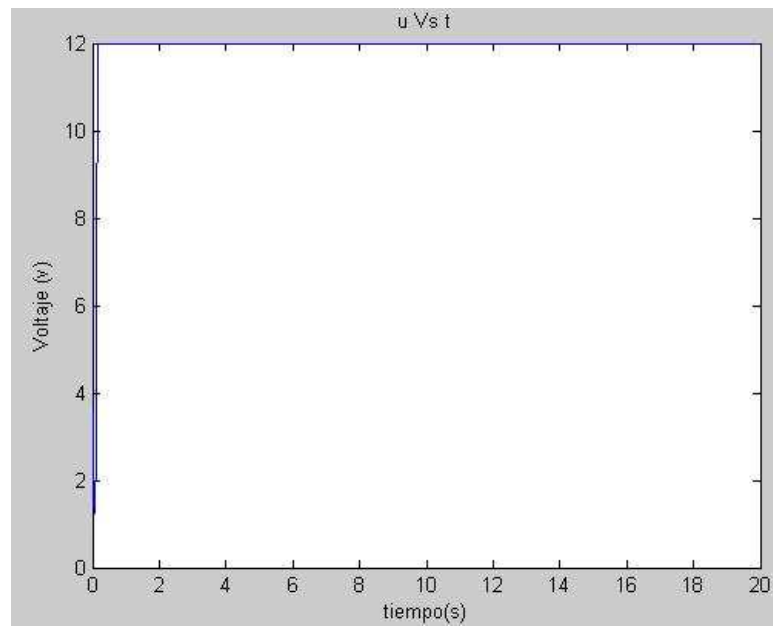


Ilustración 62. Esfuerzo de control inestable (Seguidor AP)



Las ilustraciones 61 y 62 muestran que el sistema se volvió inestable y por ende el esfuerzo de control se elevo al máximo voltaje soportado por el actuador lo que conlleva a sospechar que la técnica de asignación de polos no es robusta por ello se decidió cambiar el tiempo de estabilización a 4s y conservando el mismo valor de amortiguamiento para determinar nuevos polos y saber si la respuesta mejora.

$$\begin{aligned}
 \xi &= 0.8 \\
 ts &= \frac{4}{\xi \omega_n} \\
 \omega_n &= \frac{4}{\xi ts} \\
 \omega_n &= \frac{4}{0.8 * 4} \\
 \omega_n &= 1.25 \\
 P(\lambda) &= \lambda^2 + 2\omega_n \xi \lambda + \omega_n^2 \\
 P(\lambda) &= \lambda^2 + 2\lambda + 1.5625 \\
 \lambda_1 &= -0.8 + 0.6i \quad \lambda_2 = -0.8 - 0.6i \\
 Pdes_M &= [-0.8 + 0.6i, -0.8 - 0.6i, -8, 8 - 8]
 \end{aligned} \tag{46}$$

Ahora utilizando el comando acker de matlab se tiene el siguiente vector

$$\begin{aligned}
 K &= \text{acker}(A_M, B_M, Pdes_M) \\
 K &= [14.6417 \quad 9.47 \quad 18.2106 \quad 2.0133 \quad -5.7503]
 \end{aligned}$$

Los resultados de esta bucla de control y con las nuevas ganancias calculadas se muestran a continuación:

Ilustración 63. Respuesta temporal de la posición de la bola (Seguidor AP)

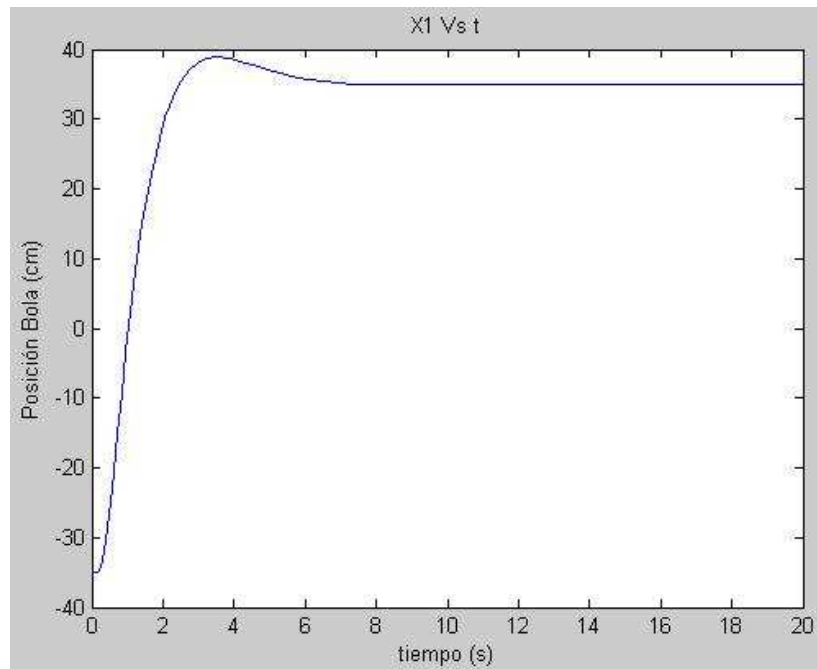


Ilustración 64. Respuesta temporal de la velocidad de la bola (Seguidor AP)

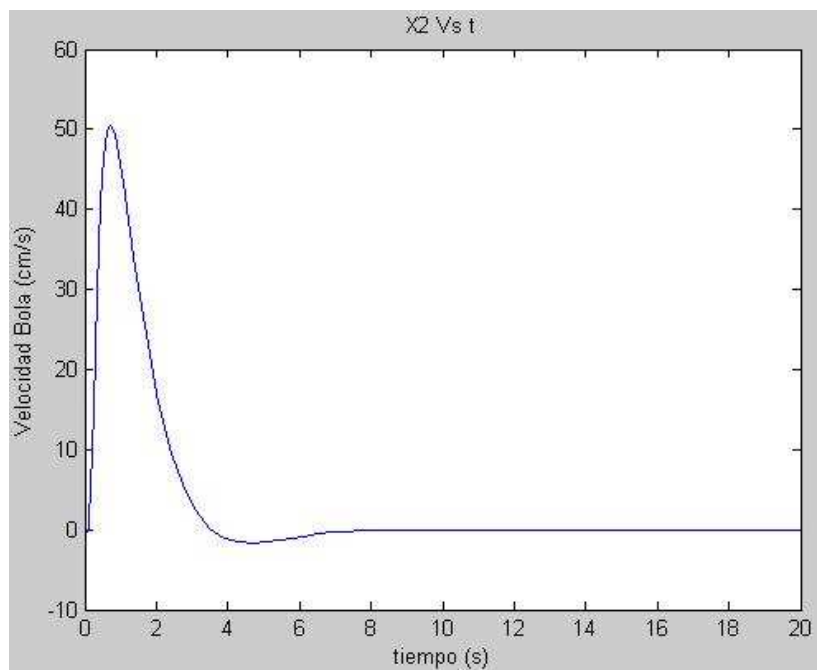




Ilustración 65. Respuesta temporal del ángulo de la viga (Seguidor AP)

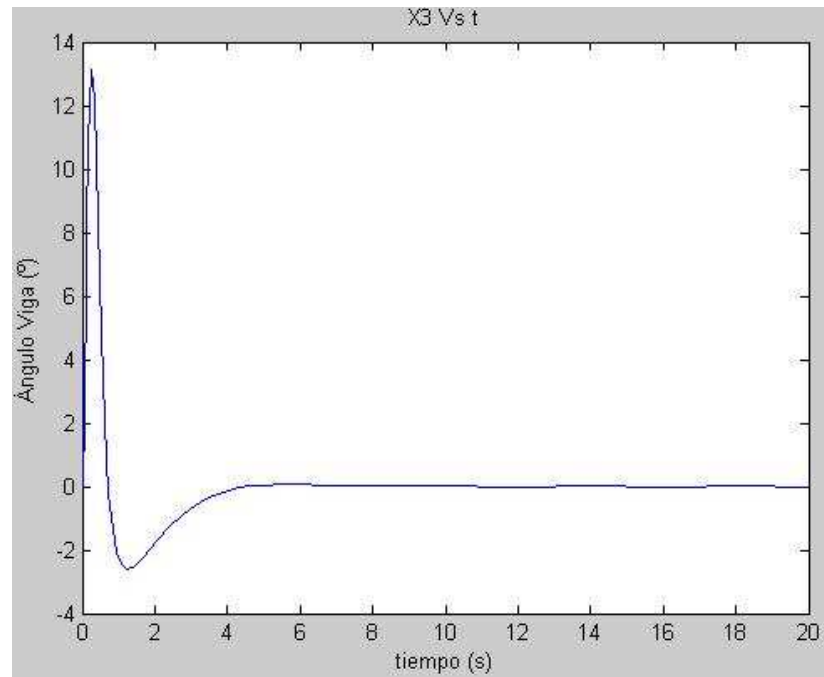


Ilustración 66. Respuesta temporal de la velocidad angular de la viga (Seguidor AP)

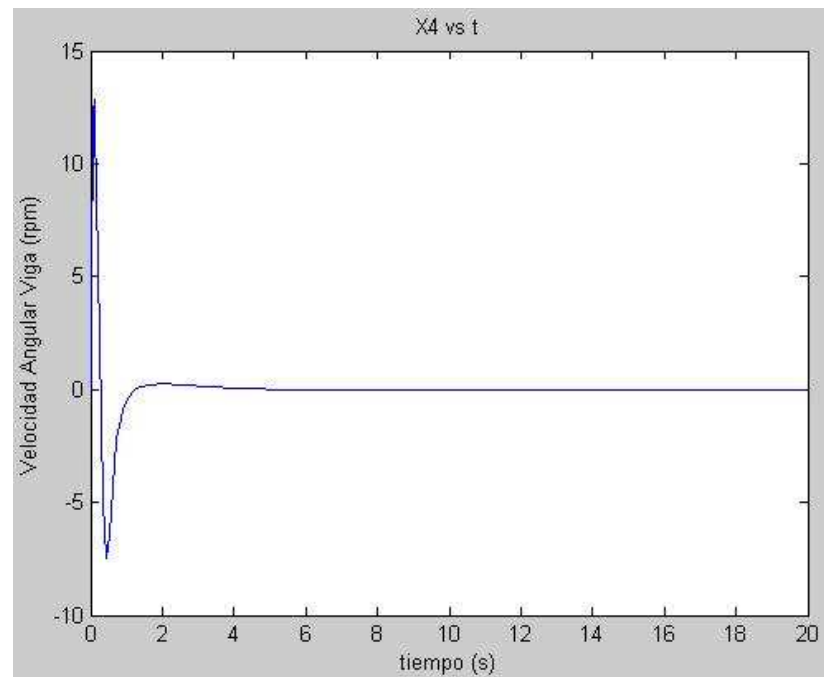
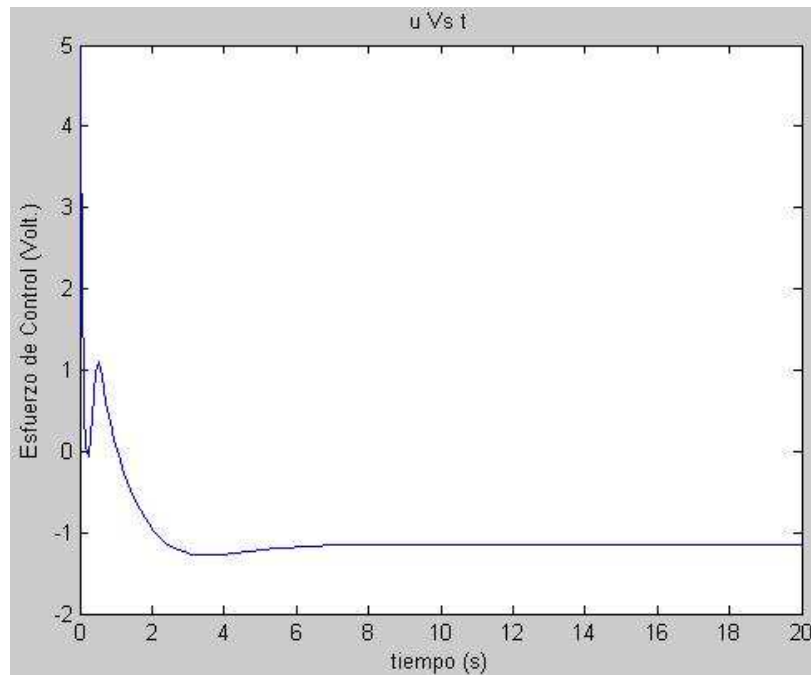


Ilustración 67. Esfuerzo de control (Seguidor AP)



Al cambiar el tiempo de estabilización cambiaron los polos y por ende las ganancias, logrando mejores resultados pero no satisfactorios ya que al aumentar el tiempo de estabilización se aumento la velocidad de respuesta, de hecho la ilustración 63 muestra que la bola se estabiliza en 6 segundos y aun posee un soprepico, en cuanto a las demás variables todas se encuentran en un rango permisible reaccionado en función a la respuesta de la posición del balón.

**10.6.1.4 Diseño de un seguidor de referencia por realimentación del estado mediante LQR** Este controlador permitirá al sistema seguir referencias introducidas por el usuario para controlar la posición de la bola en cualquier parte sobre la viga, la ley de control para este diseño es la misma de la expresión (43) donde las K son las ganancias de estado,  $K_i$  la ganancia integral y  $e(t)$  es el error en estado estacionario, esta técnica calcula dichas ganancias tal que el sistema en lazo cerrado minimice un índice de desempeño cuadrático igual al de la expresión (39)

Teniendo en cuenta que en la ilustración 60 se agrego un integrador a la bucla de control, este aumenta el orden de la planta en uno quedando el sistema de orden cinco por lo tanto así como se aumentaron los polos a cinco en el diseño por asignación de polos para este diseño también aumentara la dimensión de la matriz Q por una diagonal de cinco elementos y se utilizaran las mismas matrices de la expresión (45)

Finalmente las matrices de diseño son:

$$A_M = \begin{bmatrix} 0 & 1 & 0 & 0 & 0 \\ 0 & 0 & 7.0071 & 0 & 0 \\ 0 & 0 & 0 & 1 & 0 \\ 47.7404 & 0 & 0 & -0.0171 & 0 \\ -1 & 0 & 0 & 0 & 0 \end{bmatrix} \quad B_M = \begin{bmatrix} 0 \\ 0 \\ 0 \\ 12.7069 \\ 0 \end{bmatrix}$$

$$C = [1 \ 0 \ 0 \ 0 \ 0]$$

$$Q_M = \begin{bmatrix} 8.16 & 0 & 0 & 0 & 0 \\ 0 & 6.25 & 0 & 0 & 0 \\ 0 & 0 & 11.11 & 0 & 0 \\ 0 & 0 & 0 & 0.44 & 0 \\ 0 & 0 & 0 & 0 & 6.49 \end{bmatrix}, \quad R = [0.04] \quad (47)$$

Aplicando el comando LQR de matlab se obtienen las ganancias

$$K = \text{lqr}(A_M, B_M, Q_M, R)$$

$$K = [30.6463 \quad 20.9558 \quad 38.1439 \quad 4.1222 \quad -12.7377]$$

Usando el mismo esquema de control que en la ilustración 60 pero con estas nuevas ganancias se obtuvo los siguientes resultados.

Ilustración 68. Respuesta temporal de la posición de la bola (Seguidor LQR)

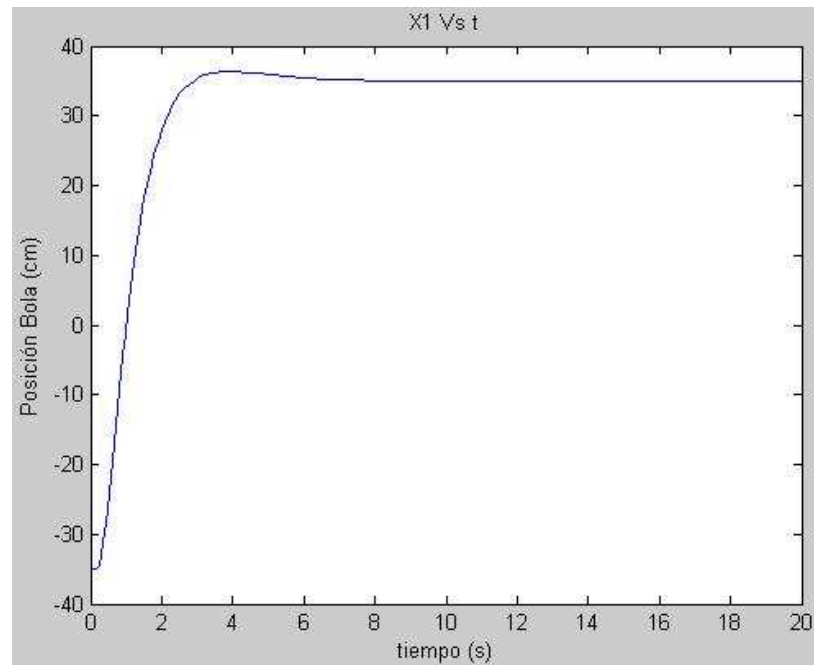


Ilustración 69. Respuesta temporal de la velocidad de la bola (Seguidor LQR)

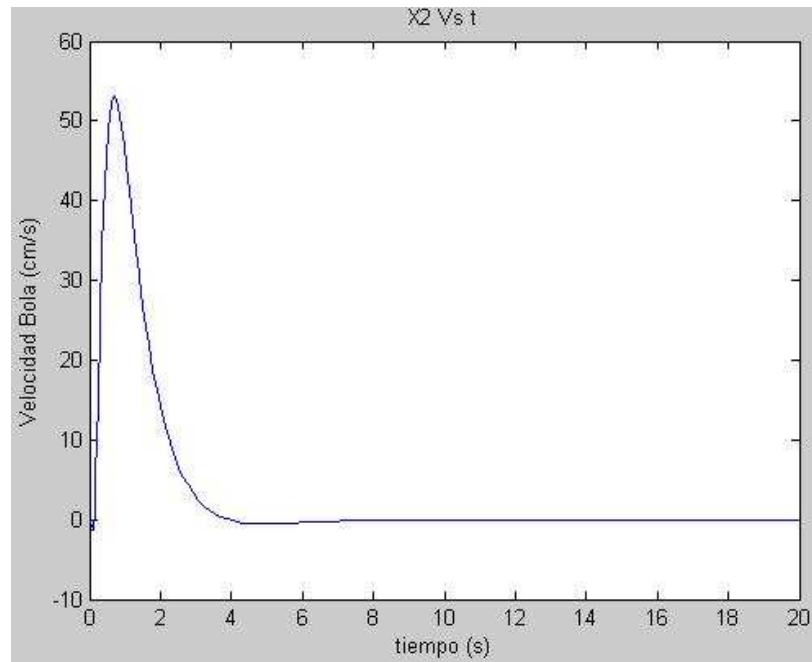


Ilustración 70. Respuesta temporal del ángulo de la viga (Seguidor LQR)

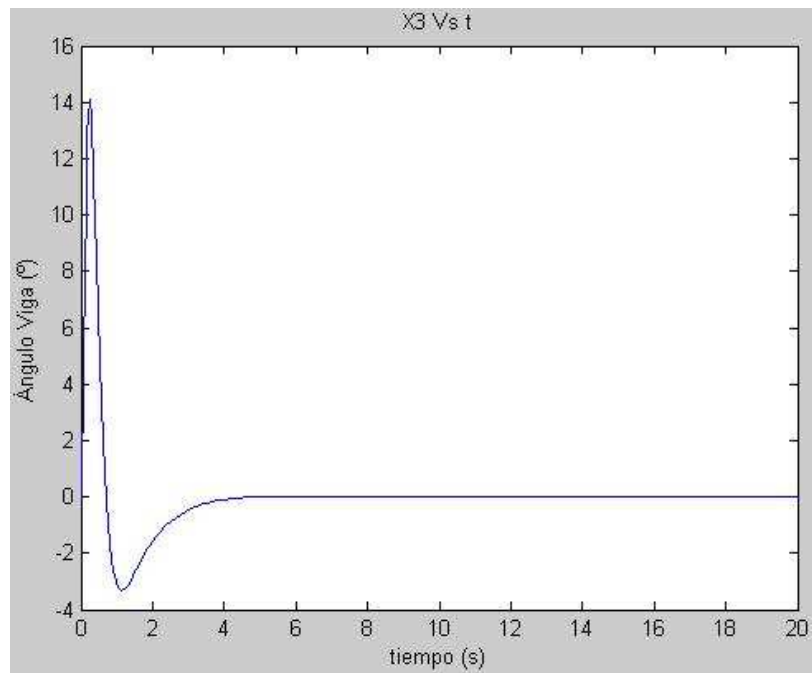


Ilustración 71. Respuesta temporal de la velocidad angular de la viga (Seguidor LQR)

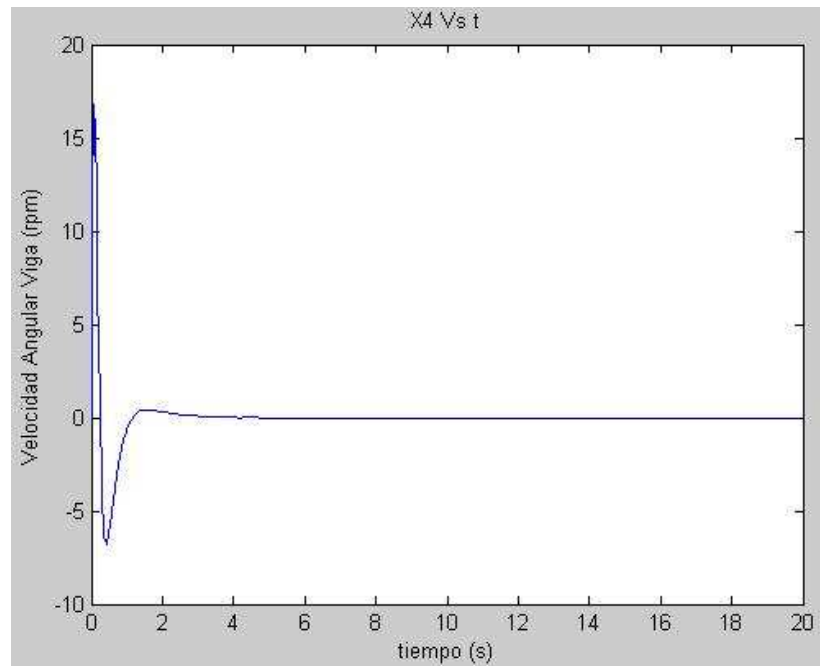
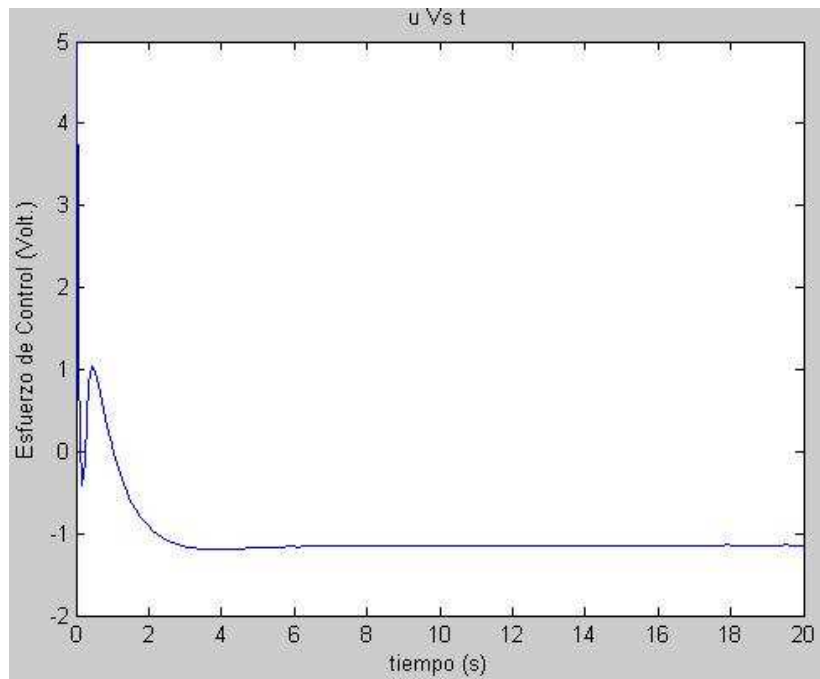


Ilustración 72. Esfuerzo de control (Seguidor LQR)



Los resultados mediante el uso de esta técnica esta vez si son más notorios respecto a la técnica por asignación de polos, por ejemplo el sobrepico en la respuesta temporal de la posición del balón es menor, este se estabiliza en 4 segundos por lo tanto las demás variables incluyendo el esfuerzo de control llegan hasta valores mayores pero dentro de un rango admisible para lograr esta velocidad de respuesta mayor ya que a diferencia del regulador que llevaba la bola desde un extremo hasta el centro de la viga, en estos resultados se llevo la bola de extremo a extremo, lo cual requiere mas esfuerzo control y magnitudes obviamente mayores de las demás variables, además en un principio el seguidor de referencia se diseño con los mismos polos aumentado en un orden que los del regulador por asignación de polos y no se obtuvo los resultados que se esperaban porque el sistema se inestabilizo, por otra parte en el diseño del seguidor mediante LQR se utilizo en esencia la misma matriz  $Q$  y  $R$  que se utilizaron para el regulador LQR solo que aumento en un valor mas la diagonal de  $Q$  debido al aumento del orden de la planta a causa del integrador y los resultados fueron inmediatos y buenos.

Esto conlleva al grupo de diseño a pensar que la técnica LQR es mas robusta que la técnica por asignación de polos para el diseño de controladores en el espacio de estados para esta aplicación en particular, aunque es muy raro porque ambas técnicas utilizan la misma ley y el mismo esquema de control solo que enfocan de manera diferente el calculo de las ganancias  $K$  para cumplir con la estrategia de control.

Por ello a continuación se diseñara un controlador mediante el espacio de estado denominado ganancias planificadas aplicando solo la técnica LQR.

**10.6.1.5 Diseño de un controlador de Ganancias Planificadas** Ganancias planificadas o Gain Scheduling es una metodología avanzada de control lineal aplicado a sistemas no lineales. El controlador consiste en linealizar el modelo de la planta tomando los puntos que cubran el rango de operación del sistema, una vez obtenido los diferentes modelos lineales el diseñador procede a calcular un controlador lineal para cada modelo linealizado, finalmente cada controlador será interpolado o scheduled dependiendo del momento en que el objetivo a controlar se encuentre en determinado rango de operación resultando de este modo un controlador global de sistema.

La ley de control que permite la interpolación de cada controlador lineal es:

$$u = -(P_1 X_1 + P_2 X_2 + P_3 X_3 + P_4 X_4) - P_i \int e(t) dt \quad (48)$$

Donde  $P_1, P_2, P_3, P_4$  y  $P_i$  son polinomios de orden  $n$  asignado por el diseñador según el mejor ajuste de los puntos graficados y  $e(t)$  es el error en estado estacionario.

La tabla 22 muestra los puntos en los cuales se linealiza el sistema, se muestra también las matrices  $A$  y  $B$  en su forma aumentada y los parámetros de ganancias calculadas con la técnica LQR usando las matrices de diseño de la expresión (47).



Tabla 22. Parámetros de los reguladores en cada punto de operación deseado

Puntos de linealización para $X_1$	$A_M$	$B_M$	$K_1$	$K_2$	$K_3$	$K_4$	$K_i$
-0.35 m	$\begin{bmatrix} 0 & 1 & 0 & 0 & 0 \\ 0 & 0 & 7.0071 & 0 & 0 \\ 0 & 0 & 0 & 1 & 0 \\ 8.6358 & 0 & 0 & -0.0112 & 0 \\ -1 & 0 & 0 & 0 & 0 \end{bmatrix}$	$\begin{bmatrix} 0 \\ 0 \\ 0 \\ 8.3531 \\ 0 \end{bmatrix}$	28.3252	21.1871	39.6817	4.5265	-12.7377
-0.17 m	$\begin{bmatrix} 0 & 1 & 0 & 0 & 0 \\ 0 & 0 & 7.0071 & 0 & 0 \\ 0 & 0 & 0 & 1 & 0 \\ 29.0295 & 0 & 0 & -0.0152 & 0 \\ -1 & 0 & 0 & 0 & 0 \end{bmatrix}$	$\begin{bmatrix} 0 \\ 0 \\ 0 \\ 11.3155 \\ 0 \end{bmatrix}$	29.8705	20.9998	38.5045	4.2183	-12.7377
0 m	$\begin{bmatrix} 0 & 1 & 0 & 0 & 0 \\ 0 & 0 & 7.0071 & 0 & 0 \\ 0 & 0 & 0 & 1 & 0 \\ 41.7404 & 0 & 0 & -0.0171 & 0 \\ -1 & 0 & 0 & 0 & 0 \end{bmatrix}$	$\begin{bmatrix} 0 \\ 0 \\ 0 \\ 12.7069 \\ 0 \end{bmatrix}$	30.6463	20.9558	38.1439	4.1222	-12.7377
0.17 m	$\begin{bmatrix} 0 & 1 & 0 & 0 & 0 \\ 0 & 0 & 7.0071 & 0 & 0 \\ 0 & 0 & 0 & 1 & 0 \\ 29.0295 & 0 & 0 & -0.1345 & 0 \\ -1 & 0 & 0 & 0 & 0 \end{bmatrix}$	$\begin{bmatrix} 0 \\ 0 \\ 0 \\ 100.0287 \\ 0 \end{bmatrix}$	29.8705	20.9998	38.5045	4.2183	-12.7377
0.35 m	$\begin{bmatrix} 0 & 1 & 0 & 0 & 0 \\ 0 & 0 & 7.0071 & 0 & 0 \\ 0 & 0 & 0 & 1 & 0 \\ 8.6358 & 0 & 0 & -0.0993 & 0 \\ -1 & 0 & 0 & 0 & 0 \end{bmatrix}$	$\begin{bmatrix} 0 \\ 0 \\ 0 \\ 73.8412 \\ 0 \end{bmatrix}$	28.3252	21.1871	39.6817	4.5265	-12.7377

Cabe mencionar que aunque en la tabla 22 no se muestran los valores de los puntos de operación deseados para las variables de estado  $X_2$ ,  $X_3$  y  $X_4$ , es porque fueron puestos en ceros.

Con los resultados de la tabla 22 se procede a graficar los siguientes puntos de la siguiente manera.

$$x_1 = [-0.35 \ -0.17 \ 0 \ 0.17 \ 0.35]$$

$$K_1 = [28.3252 \ 29.8705 \ 30.6463 \ 29.8705 \ 28.3252]$$

$$K_2 = [21.1871 \ 20.9998 \ 20.9558 \ 20.9998 \ 21.1871]$$

$$K_3 = [39.6817 \ 38.5045 \ 38.1439 \ 38.5045 \ 39.6817]$$

$$K_4 = [4.5265 \ 4.2183 \ 4.1222 \ 4.2183 \ 4.5265]$$

$$K_i = [-12.7377 \ -12.7377 \ -12.7377 \ -12.7377 \ -12.7377]$$

$K_1$  Vs  $X_1$

$K_2$  Vs  $X_1$

$K_3$  Vs  $X_1$

$K_4$  Vs  $X_1$

$K_i$  Vs  $X_1$

Al graficar se obtiene:

Ilustración 73. Grafica del polinomio 1

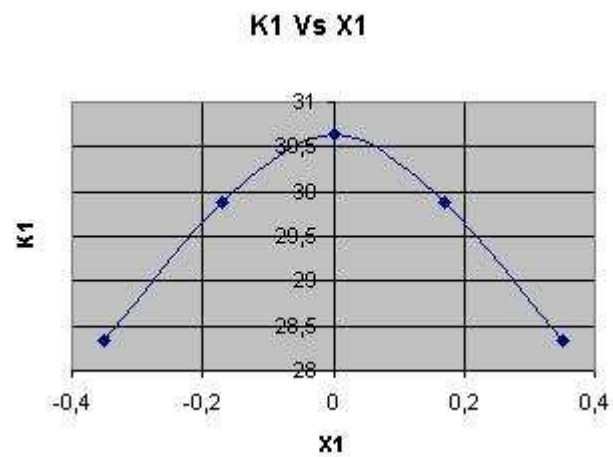


Ilustración 74. Grafica del polinomio 2

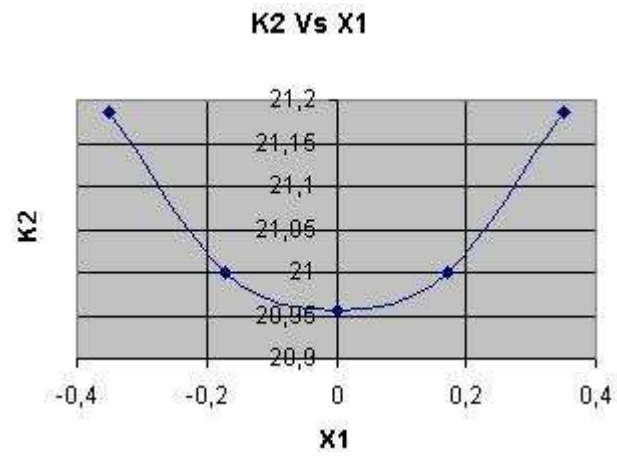


Ilustración 75. Grafica del polinomio 3

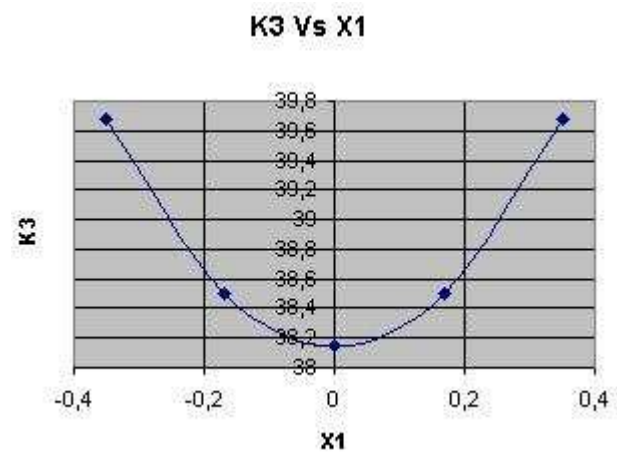


Ilustración 76. Grafica del polinomio 4

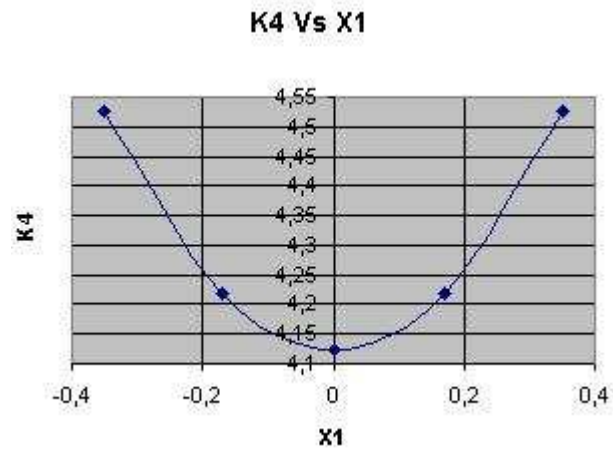
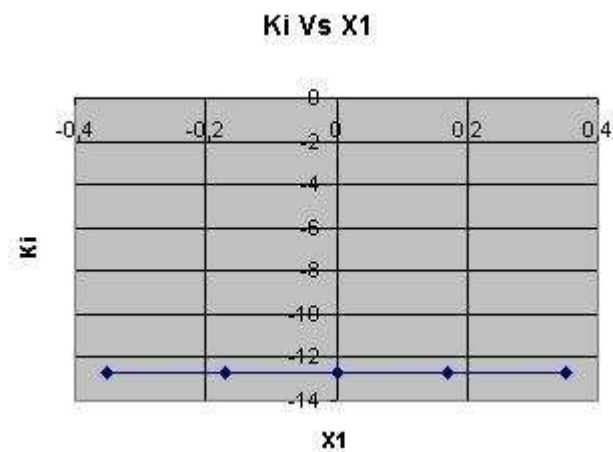


Ilustración 77. Grafica del polinomio integral



Para obtener la ecuación polinomial de cada grafica se recurrió al comando de matlab polyfit que calcula los coeficientes del polinomio. El grado del polinomio para el cálculo fue 4 debido a que presentaba un mejor ajuste de los puntos.

Finalmente los polinomios son:

$$P_1 = 84.3647X_1^4 - 29.2824X_1^2 + 30.6463$$

$$P_2 = 3.9068X_1^4 + 1.4096X_1^2 + 20.9558$$

$$P_3 = 0.8115X_1^4 + 12.4541X_1^2 + 38.1439$$

$$P_4 = -0.2655X_1^4 + 3.3329 + 4.1222$$

$$P_i = -12.7377$$

El esquema del sistema de control es el siguiente

Ilustración 78. Esquema de control GP implementado en simulink

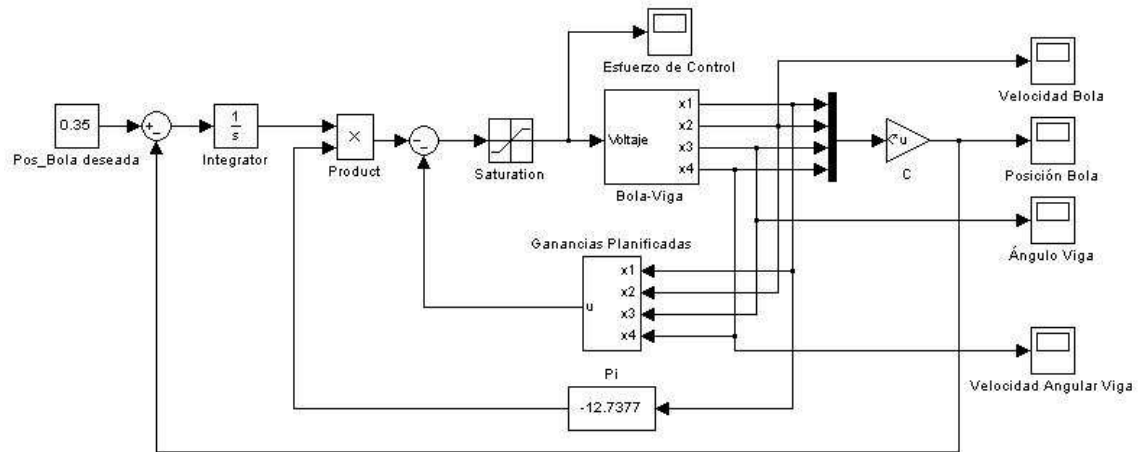
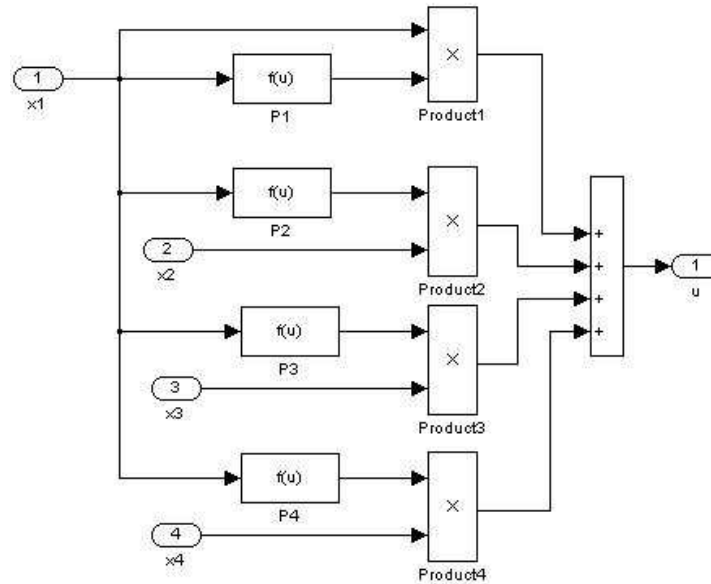


Ilustración 79. Subsistema Ganancias Planificadas implementado en simulink



Las siguientes figuras muestran los resultados del controlador sobre la planta

Ilustración 80. Respuesta temporal de la posición de la bola (Seguidor GP)

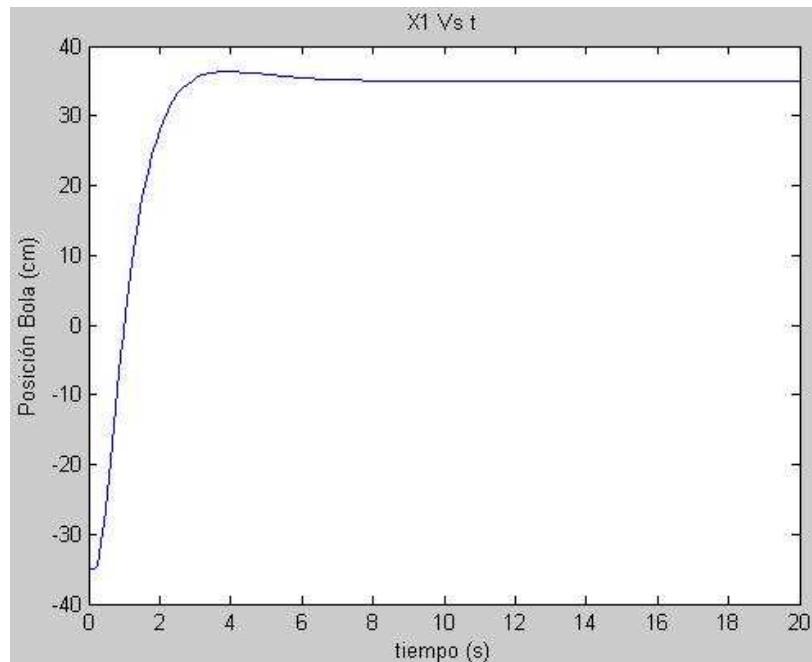


Ilustración 81. Respuesta temporal de la velocidad de la bola (Seguidor GP)

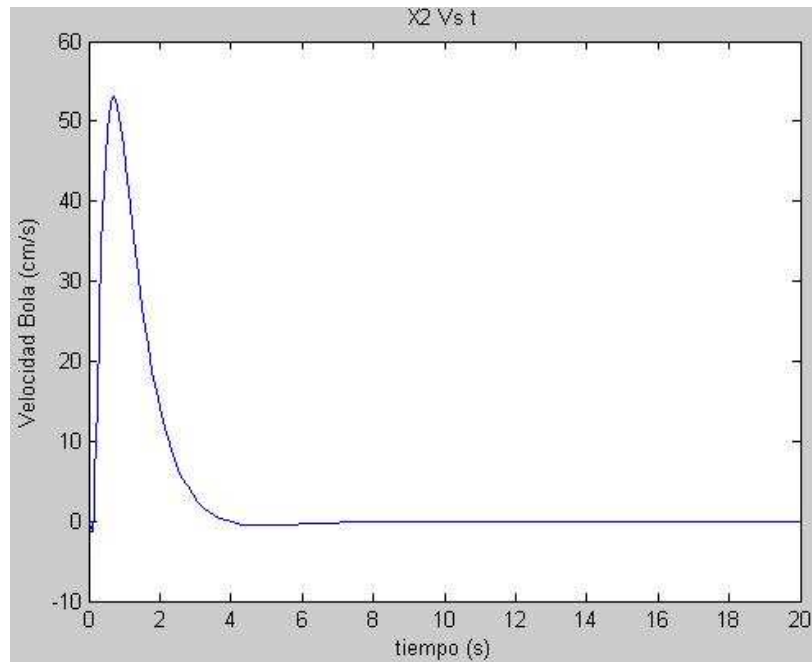


Ilustración 82. Respuesta temporal del ángulo de la viga (Seguidor GP)

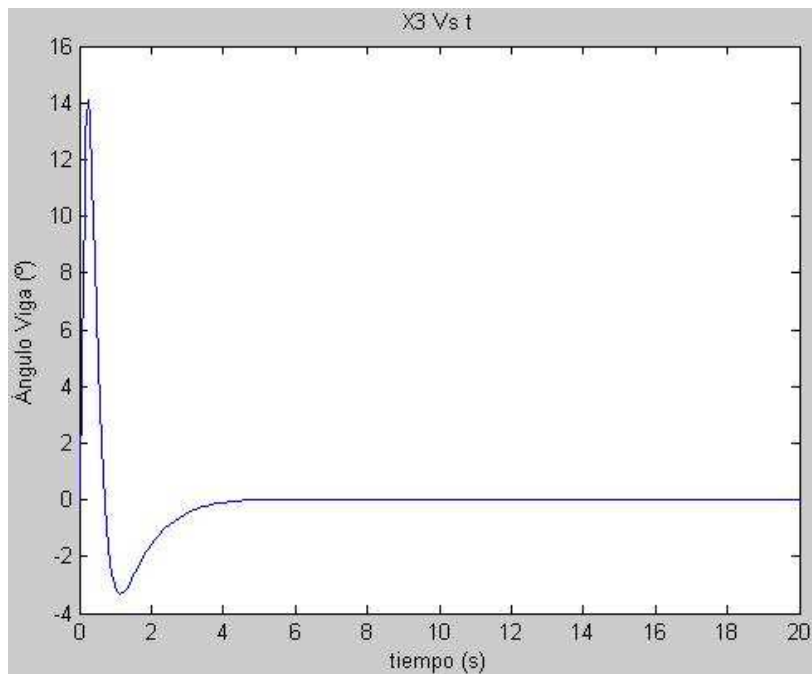


Ilustración 83. Respuesta temporal de la velocidad angular de la viga (Seguidor GP)

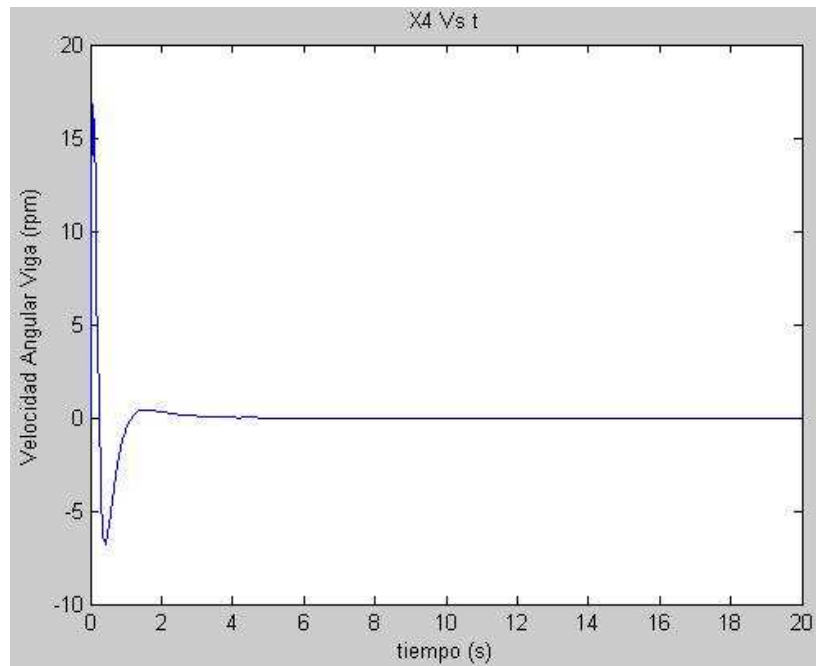
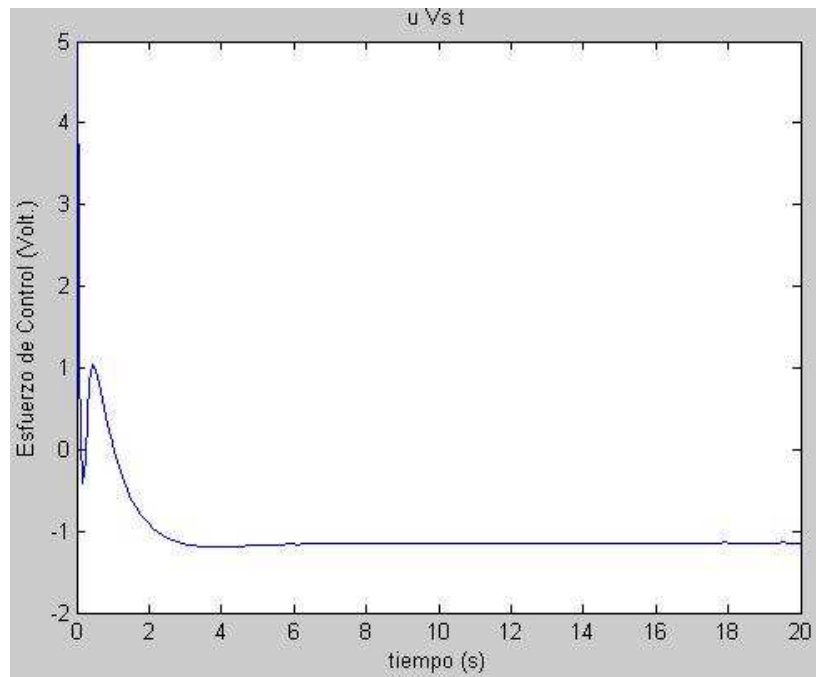


Ilustración 84. Esfuerzo de control (Seguidor GP)





Los resultados son exactamente iguales a los del seguidor de referencias mediante la técnica LQR así una vez mas se nota la robustez de aplicar LQR en este controlador.

## 10.7 RESULTADO FINAL DEL DESARROLLO

A continuaciones se muestra una fotografía del sistema Bola-Viga construido como parte complementaria de la investigación

Ilustración 85. Fotografía del sistema Bola-Viga Desarrollado



## 10.7 DESARROLLO DEL SOFTWARE DE SIMULACIÓN

Aunque el software fue desarrollado en un lenguaje de programación que no es orientado a objetos, no se podrá aplicar la metodología completa de UML (Lenguaje Unificado de Modelado) Pero todo software para ser desarrollado parte de unos requerimientos funcionales y a partir de dichos requerimientos se construirá el diagrama de caso de uso y se mostrara el código fuente y los resultados obtenidos.

**10.7.1 Requerimientos del software** Antes de realizar la lista de requerimientos cabe destacar que el planteamiento del software a desarrollar consiste en crear un ambiente tridimensional del sistema Bola-Viga que permita al usuario interactuar con parámetros de las leyes de control que se implementaron, modificar propiedades del sistema como la masa de la bola etc. Y finalmente ver los resultados a través de una animación que mostrara el funcionamiento del sistema Bola-Viga el cual es controlar la posición de la bola sobre la viga.

Tabla 23. Requerimientos del software

# Requerimiento	Descripción del requerimiento
R1	Crear el ambiente tridimensional usando la herramienta Direct X
R2	Visualizar el prototipo virtual utilizando un comando de zoom para detallarlo mejor
R3	Manipular el prototipo virtual dentro del espacio tridimensional usando comandos de rotar y/o girar
R4	Modificar propiedades físicas del sistema bola-Viga tales como la masa de la bola etc.
R5	Modificar parámetros de las leyes de control

R6	Introducir condiciones iniciales (setpoint para la posición de la bola)
R7	Seleccionar distintas técnicas de control
R8	Visualizar el prototipo virtual en diferentes vistas como la frontal, lateral y superior
R9	Realizar la animación del prototipo virtual mostrando el control del sistema Bola-Viga
R10	Visualizar la evolución de las variables de estado del sistema Bola-Viga
R11	Graficar las variables de estado del sistema Bola-Viga
R12	Generar perturbaciones a la posición de la bola

**10.7.2 Diagrama de casos de uso** La ilustración 85 muestra como el usuario interactúa con los casos de uso que nacen a partir de los requerimientos del software.

Ilustración 86. Diagrama de casos de uso

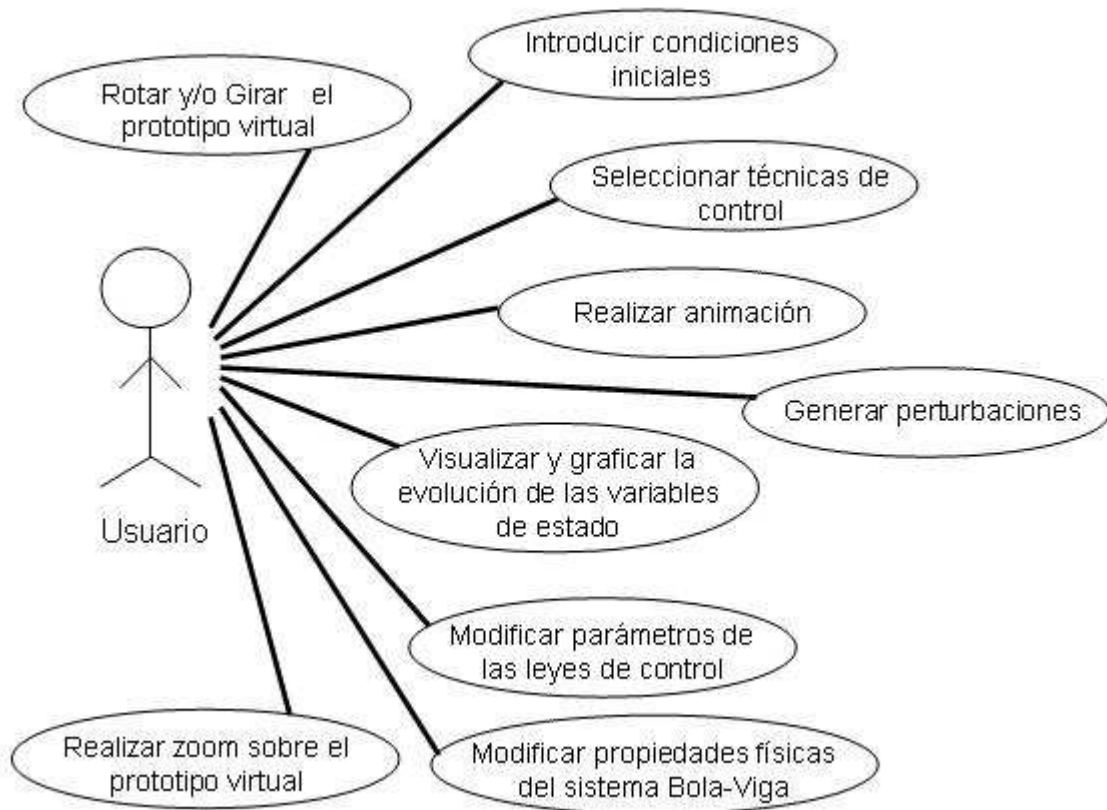
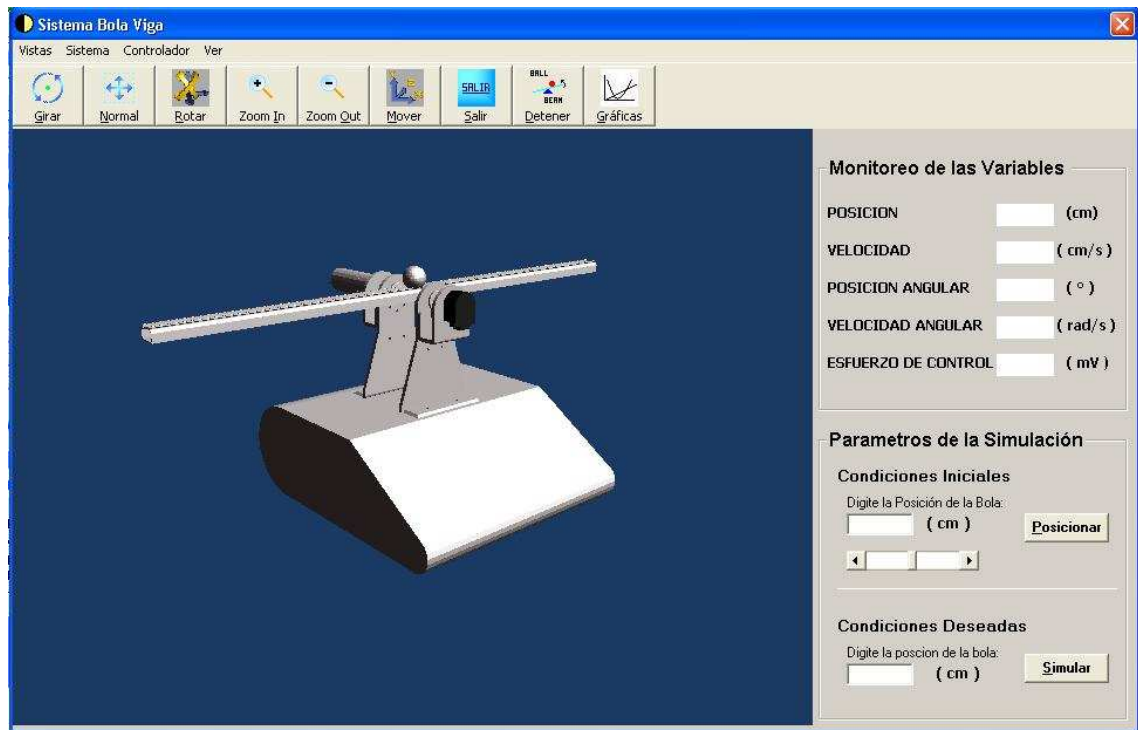


Ilustración 87. Interfaz principal del software desarrollado



El diseño de las interfaces y el código fuente se encuentran en el anexo C y las instrucciones o manual de usuario para manejar este software se encuentran en el anexo D

## 11. CONCLUSIONES

- ✓ La metodología para el diseño de dispositivos mecatrónico permite optimizar el proceso de desarrollo de un producto porque se puede agrupar muchas disciplinas de manera concurrente teniendo en cuenta las necesidades de diseño, restricciones como el costo, y sinergia entre la funcionalidad con la buena estética y ergonomía del producto logrando así ahorro de tiempo y esfuerzo de los diseñadores.
- ✓ Aunque el dispositivo desarrollado tiene como título “sistema electromecánico subactuado” es perfectamente un sistema mecatrónico debido a que las áreas involucradas en la investigación son muchas como diseño electrónico, sistemas microprocesados, sistemas en tiempo real, diseño mecánico, sistemas de control, desarrollo de software y diseño concurrente de todas estas disciplinas.
- ✓ La arquitectura del producto permitirá en un futuro realizar adaptaciones de manera fácil como el desarrollo de algún tipo de controlador digital implementado un microcontrolador o un controlador análogo implementado amplificadores operacionales, otras formas de adquisición de datos, adaptación de un teclado matricial etc.
- ✓ La importancia del diseño y desarrollo de esta planta académica “Sistema Bola-Viga” radica en que los estudiantes involucrados en áreas como la automática, informática, electrónica podrán realizar prácticas para sus cursos y ejecutar proyectos de investigación para mejorar en algún aspecto el producto.

- ✓ El desarrollo del software de simulación tiene como fin probar los controladores implementados en matlab para ver el comportamiento de estos reflejados en la animación del sistema mecánico logrando así analizar como seria el comportamiento de forma real, además el software permite la modificación de parámetros que permitan simular otros resultados y sirve de antesala para la implementación de forma real.
- ✓ En el diseño de controladores en el espacio de estado se noto que la técnica LQR es mas robusta que la técnica por asignación de polos porque realiza dos funciones a la vez, la primera es minimizar un índice de desempeño cuadrático y la segunda de forma implícita es ubicar los polos tal que el sistema en lazo cerrado tenga un comportamiento óptimo, mientras que la técnica de asignación de polos solo ubica unos polos de forma que el sistema en lazo cerrado cumpla unas condiciones deseadas que tienden a debilitarse en la medida que dichas condiciones deseadas cambien levemente.

## 12. RECOMENDACIONES

- ♦ Al momento de realizar la conexión de los sensores y del motor con la tarjeta de adquisición de datos tenga en cuenta que el color rojo de las borneras representa las señales y el negro la tierra.
- ♦ Procure operar el sistema cuando su controlador este listo, así evitara posibles caídas de la bola al suelo y choques de la viga con la base o en su defecto tenga el respectivo cuidado en caso de experimentar con la planta.
- ♦ Si la planta se encuentra en funcionamiento durante alguna exhibición y se hace necesario en algún momento apagarla o parar la acción del controlador realícelo y al mismo tiempo retirando la bola de la viga para evitar que esta se caiga.
- ♦ Cuando ya desee probar su controlador procure empezar controlando la posición de la bola en la parte mas estable del sistema, es decir en el origen o centro de la barra para que el actuador no realice mucho esfuerzo en primera instancia luego si podrá controlar la bola en otras posiciones.



### **13. FUTURAS MEJORAS**

- ♦ Diseñar e implementar un controlador embebido, digital o análogo mediante el uso de amplificadores operacionales o microcontroladores respectivamente.
- ♦ Adaptar un teclado que permita introducir la referencia o posición deseada de la bola, además que sirva para introducir perturbaciones.
- ♦ Implementar otro tipo de adquisición de datos con el PC y simulink mediante el uso de otros puertos como el serial o USB.

## BIBLIOGRAFIA

Ball and Beam Control System [en línea]. Seúl, Korea: Yonsei University, 2002. [consultado 10 julio, 2005]. Disponible en Internet <http://yeics.yonsei.ac.kr/tutorial/Ball&Beam.pdf>

Ball and Beam ROTARY [en línea]. Markham, Canada: Quanser Innovate Educate, 1996. [consultado 10 julio, 2005]. Disponible in Internet [http://www.quanser.com/english/html/products/fs\\_product\\_challenge.asp?lang\\_code=english&pcat\\_code=exp-rot&prod\\_code=R2-ballbeam&tmpl=1](http://www.quanser.com/english/html/products/fs_product_challenge.asp?lang_code=english&pcat_code=exp-rot&prod_code=R2-ballbeam&tmpl=1)

CE106 Ball and Beam Apparatus [en línea]. Acton, USA: TecQuipment Inc, 1998. [consultado 15 julio, 2005]. Disponible en Internet <http://www.tecquip.com/TQ%20PRODUCT%20AREAS/TQCONTROL/CE106/!ce106.htm>

Control Tutorials for Matlab and Simulink [en línea]. Example: Modeling the Ball and Beam Experiment in Simulink. Pittsburgh, USA: Carnegie Mellon University, 1999. [consultado 05 junio, 2004]. Disponible en Internet <http://www.library.cmu.edu/ctms/ctms/simulink/examples/ball/ballsim.htm>

Design and Implementation of a Software Simulation, Animation, and Real-Time Control Environment for a Ball-and-Beam Hardware System [en línea]. Phoenix, USA: Arizona State University, 1998. [consultado 20 marzo, 2004]. Disponible Internet [http://www.ro.feri.uni-mb.si/predmeti/skup\\_sem/projekt1/final.pdf](http://www.ro.feri.uni-mb.si/predmeti/skup_sem/projekt1/final.pdf)

DIEFENDERFER, A. James. Instrumentación Electrónica. 2 ed. México: McGraw Hill, 1986. 542p.

ECE 484 Digital Control and Applications "Q Ball and Beam" Lab Project Student Handout [en línea]. Waterloo, Canada: University of Waterloo, 2002. [consultado 25 agosto, 2004]. Disponible en Internet [http://www.ece.uwaterloo.ca/~lab484/Master484.001\\_W06.pdf](http://www.ece.uwaterloo.ca/~lab484/Master484.001_W06.pdf)

Full 360° Smart Position Sensor [en línea]. Warsaw, Poland: Meditronik Sp, 2001. [consultado 19 Noviembre, 2005]. Disponible Internet <http://www.meditronik.com.pl/doc/bourns/pm6011045-spectrol.pdf>

HISTAND, Michael B. y ALCIATORE, David G. Introduction to Mechatronics and Measurement Systems. New York: McGraw Hill, 1999. 400 p.

Special Wire Alloys for Electrical and Mechanical Purposes [en línea]. Special Wire Alloys for Electrical and Mechanical Purposes. Waterbury, USA: Integrated Nonferrous Metals Company, 2001. [consultado 07 junio, 2004]. Disponible en Internet [http://www.redmetals.com/wire/electrical\\_mechanical.htm](http://www.redmetals.com/wire/electrical_mechanical.htm)

NORTON, Robert L. Diseño de Máquinas. México: Prentice Hall, 1999. 1048 p.

OGATA, Katsuhiko. Ingeniería de Control Moderna. México: Prentice Hall, 1993. 997 p.

OLLERO BATURONE, Aníbal. Control por Computador Descripción Interna y Diseño Óptimo. Madrid: Marcombo Boixareu Editores, 1991. 374 p.

Robotic Ball Balancing Beam [en línea]. Boston, USA: Massachussets Institute Technology, 1996. [consultado 16 febrero, 2004]. Disponible en Internet <http://www.bea.st/sight/rbbb/>

The Ball and Beam Lab Process [en línea]. Lund, Sweden: Lund Institute Technology, 1995. [consultado 07 junio, 2004]. Disponible en Internet <http://www.control.lth.se/education/laboratory/bommen.html>

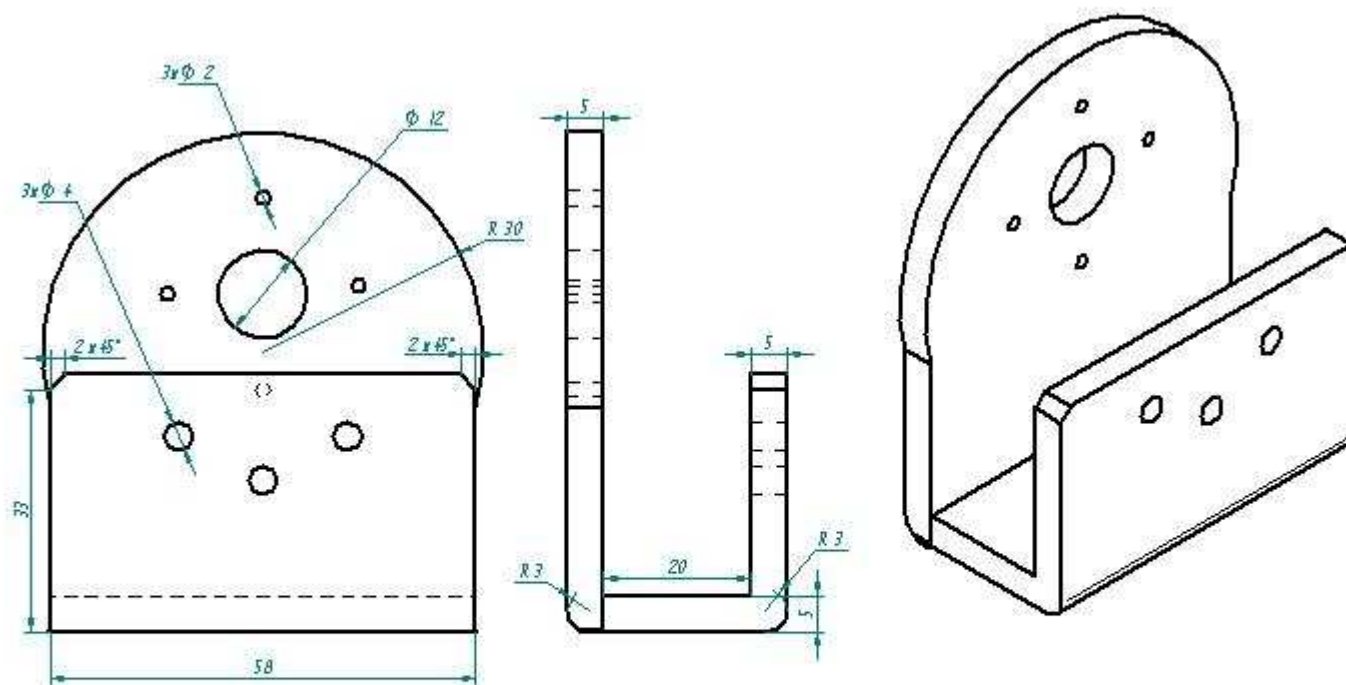
The leading Manufacturer of High Precision Drives and Systems [en línea]. Sachseln, Switzerland: Maxonmotor AG, 1991. [consultado 25 julio, 2004]. Disponible en Internet <http://www.maxonmotor.com>

ULRICH, Kart T. Y EPPINGER, Steven D. Product Design and Development. 2 ed. Boston, USA: McGraw Hill, 2000. 358 p.

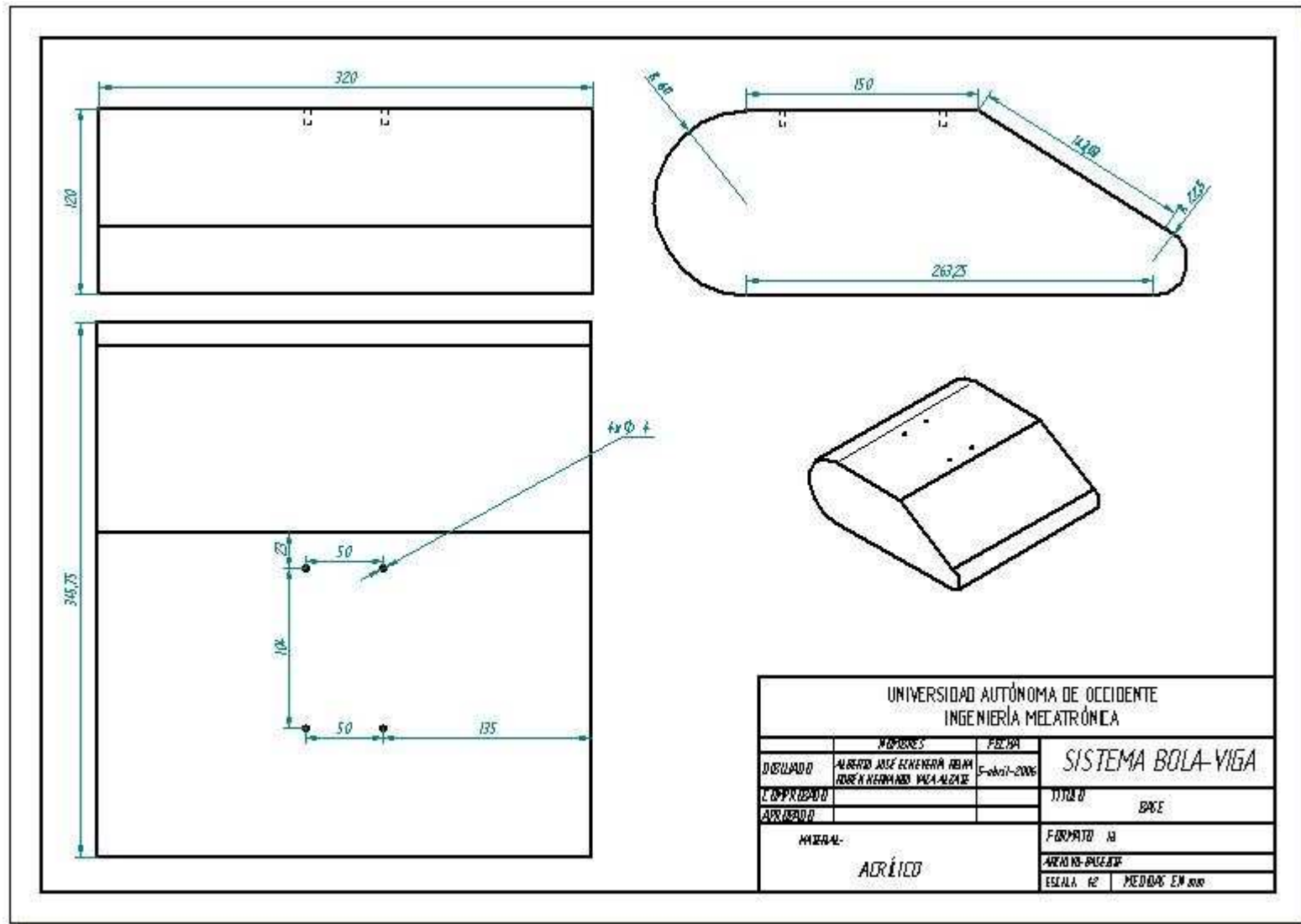
WONG, Linus y JOHNSON, David. Ball and Beam Spring Mechatronics [en línea]. Chicago, USA: University of Illinois at Urbana – Champaign, 2003. [consultado 10 julio, 2005]. Disponible en Internet <http://coecsl.ece.uiuc.edu/ge423/spring03/Group8/index.html>

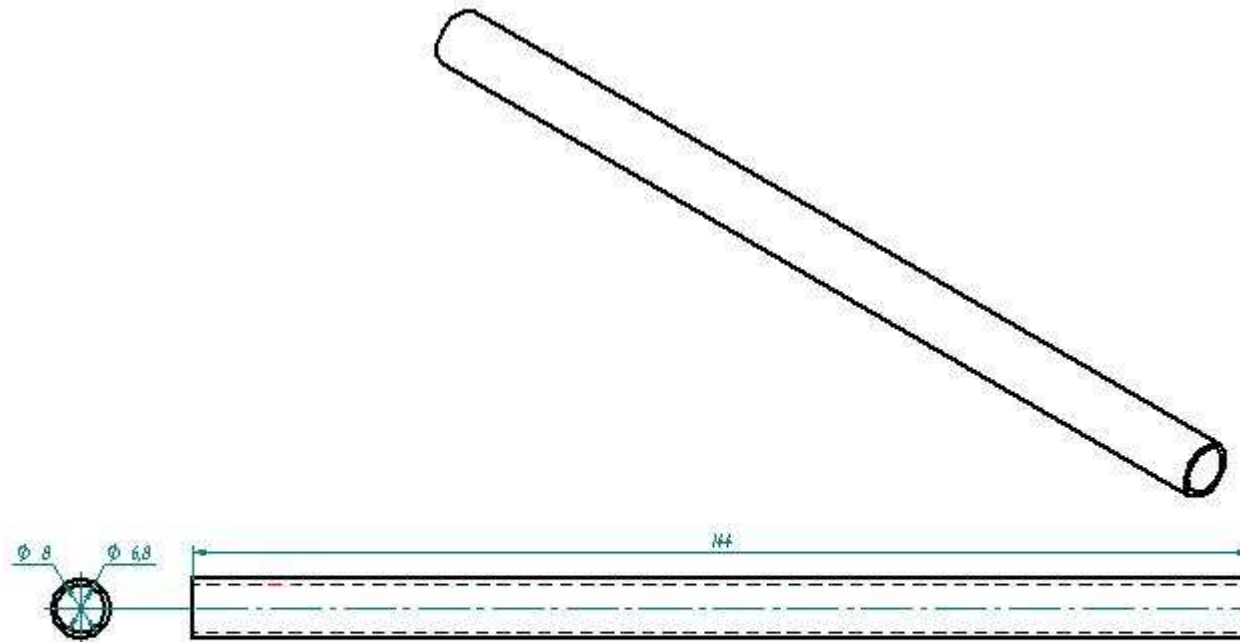
## **ANEXOS**

### **Anexo A. Planos Mecánicos**

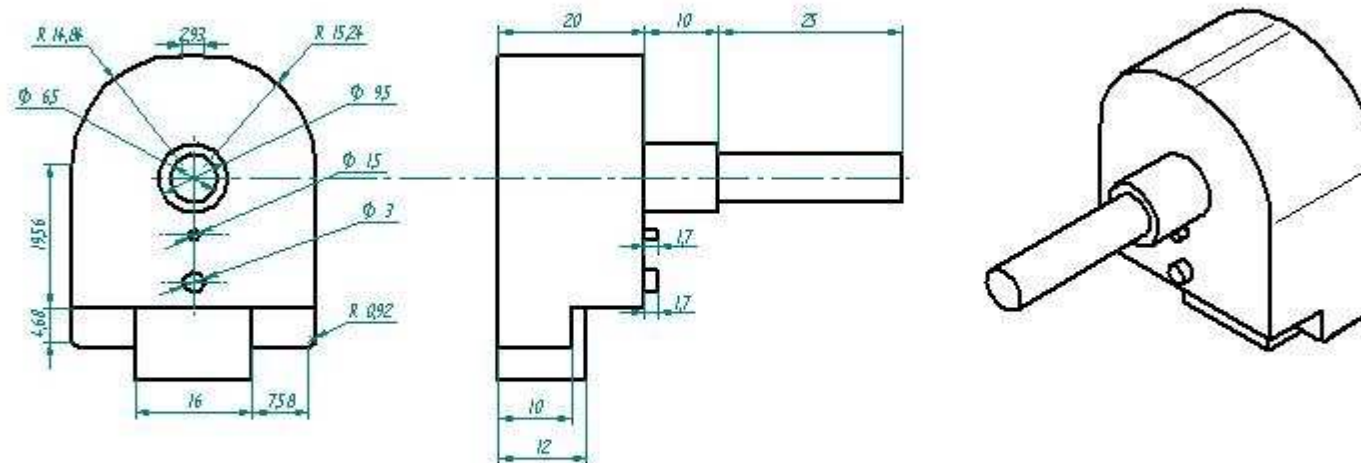


UNIVERSIDAD AUTÓNOMA DE OCCIDENTE			
INGENIERÍA MECATRÓNICA			
	NOMBRES	FECHA	
DISEÑADO	ALBERTO JOSÉ ECHENERRA ABAM	5-abril-2006	<i>SISTEMA BOLA-VIGA</i>
COMPROBADO	ROBERTO A. HERNÁNDEZ VACA ALBAZ		TÍTULO
APROBADO			AJUSTADOR
MATERIAL			FORMATO
ACRÍLICO			2
			ESCALA 1:2
			MEDIDAS EN mm



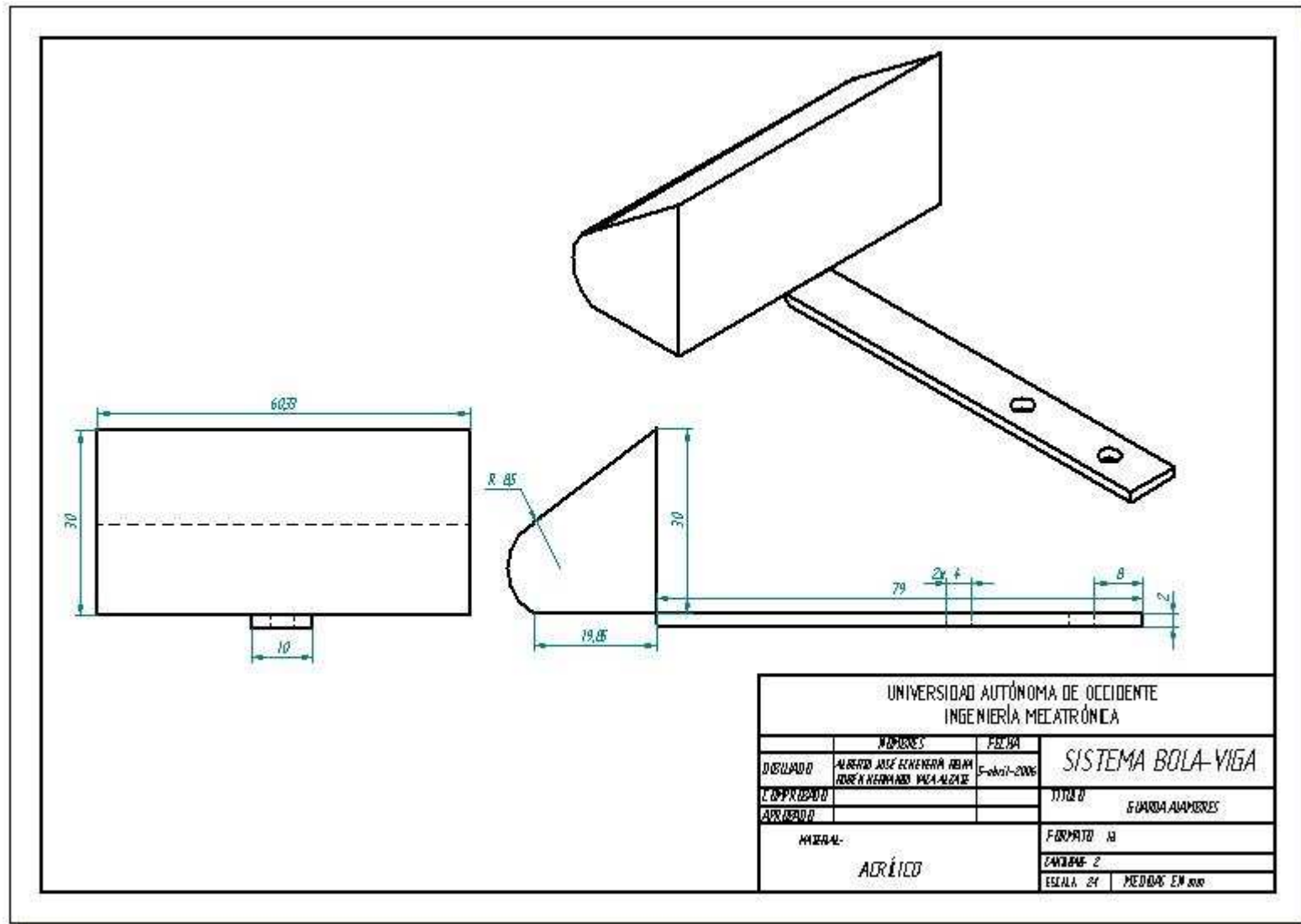


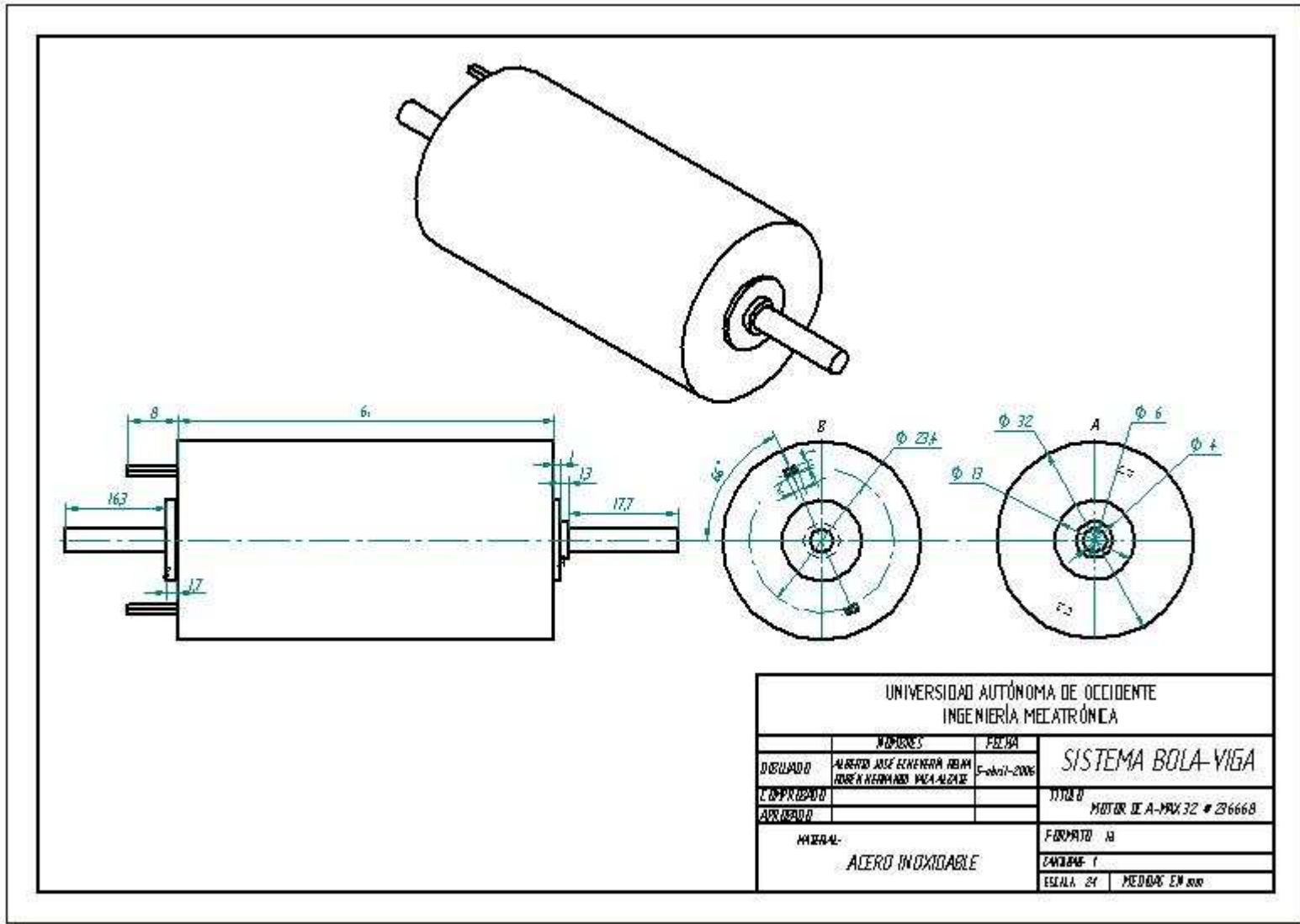
UNIVERSIDAD AUTÓNOMA DE OCCIDENTE INGENIERÍA METALÚRGICA			
	NOMBRE	FECHA	
DISEÑADO	ALBERTO JOSÉ ECHEVERRÍA ABAM ROBERTO A. HERNÁNDEZ VACA ALCAZAR	5-enero-2006	<i>SISTEMA BOLA-VIGA</i>
ELABORADO			TÍTULO
APROBADO			E.E.
MATERIAL			FORMATO
ALUMINIO			1
			ESCALA 2:1
			MEDIDAS EN MM

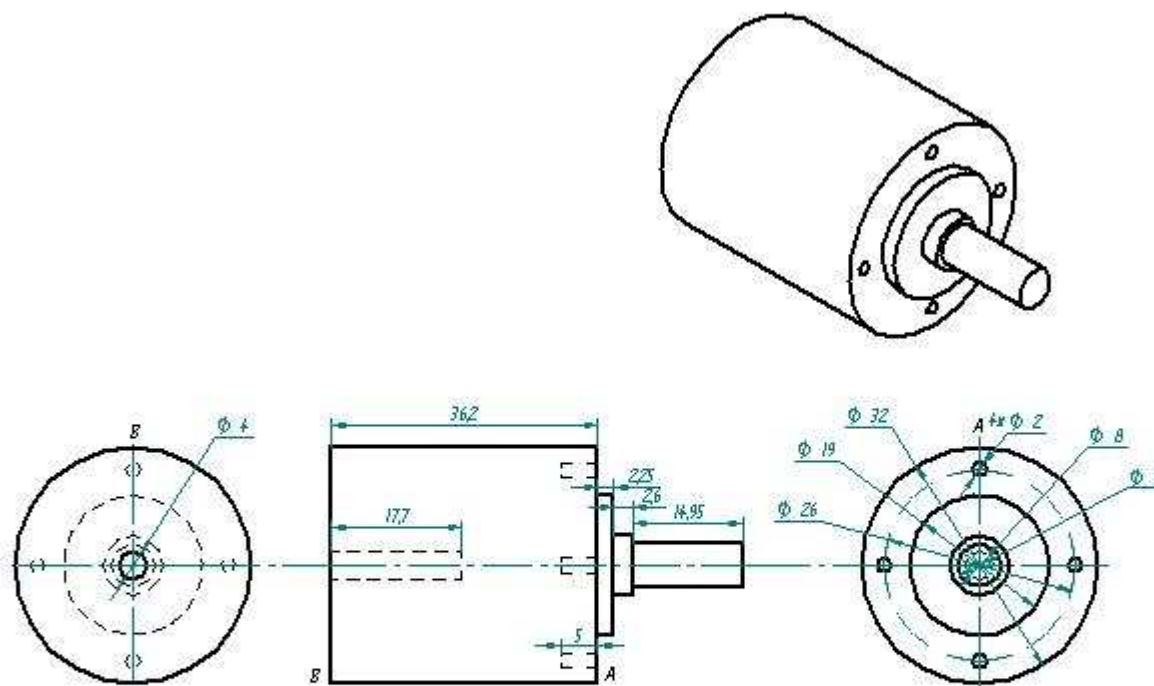


UNIVERSIDAD AUTÓNOMA DE OCCIDENTE			
INGENIERÍA METATRÓNICA			
	NOMBRE	FECHA	
DISEÑADO	ALBERTO JOSÉ ECHENERRA ABAM	5-abril-2006	SISTEMA BOLA-VIGA
ELABORADO	ROBERTO ALVARADO		TÍTULO
APROBADO			ENCUADER INTELIGENTE VISAY 600-1045
MATERIAL:			FIBRA
FIBRA			FORMATO: A
			ENCUADER: 1
			ESCALA: 24
			REDIMAS EN mm

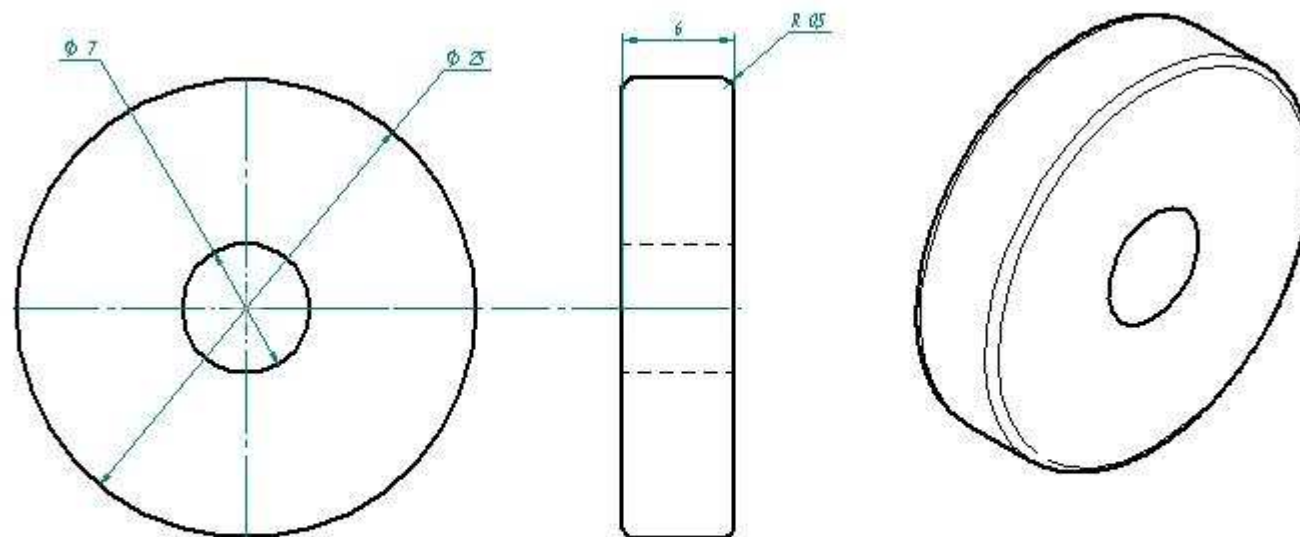




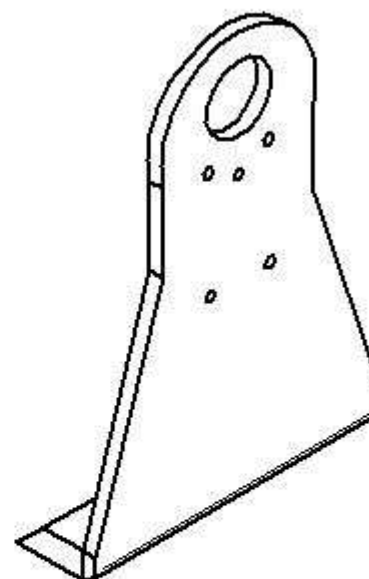
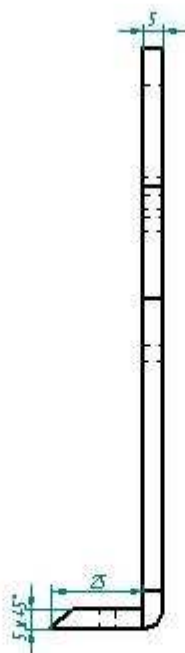
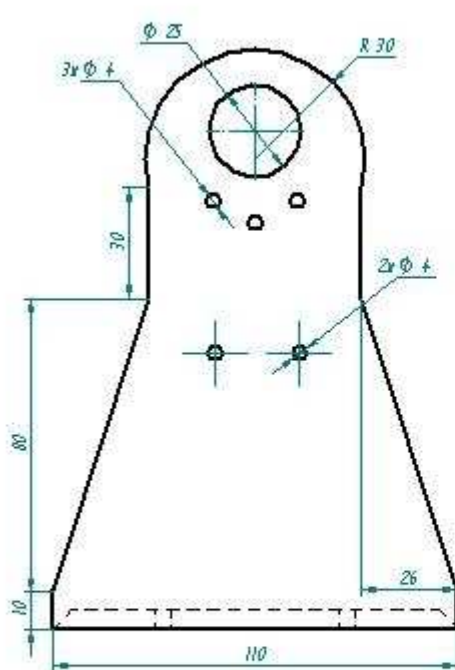




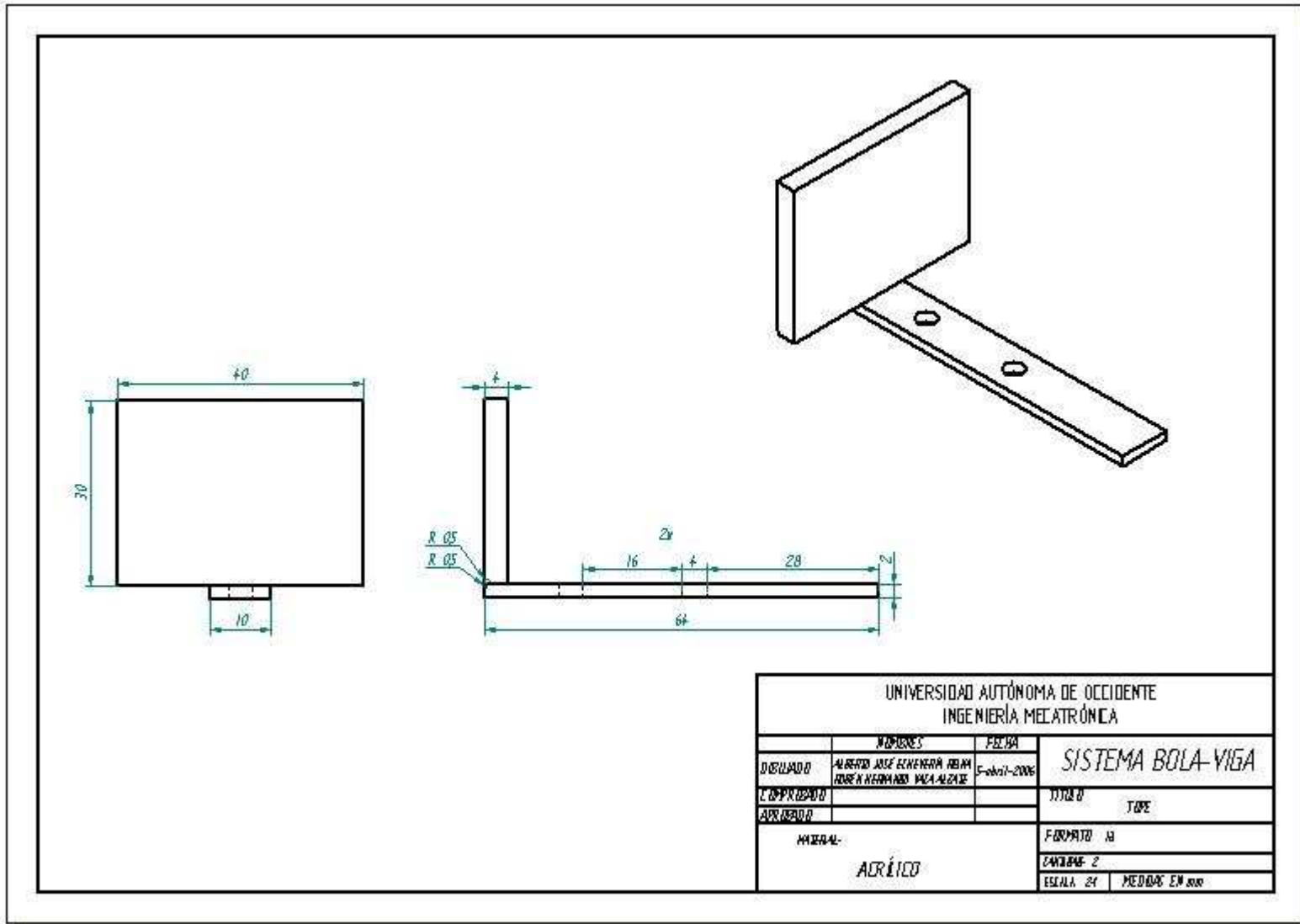
UNIVERSIDAD AUTÓNOMA DE OCCIDENTE		
INGENIERÍA MECATRÓNICA		
	NOMBRE	FECHA
DISEÑADO	ALBERTO JOSÉ ECHENERRA ABAM	5-abril-2006
ELABORADO	ROBERTO A. HERNÁNDEZ VACA ALBA	
APROBADO		
MATERIAL:		
ACERO INOXIDABLE		
		TÍTULO
		REDUCTOR PLANETARIO EP 32 E # 166984
		FORMATO
		1
		ESCALA
		24
		MEDIDAS EN MM

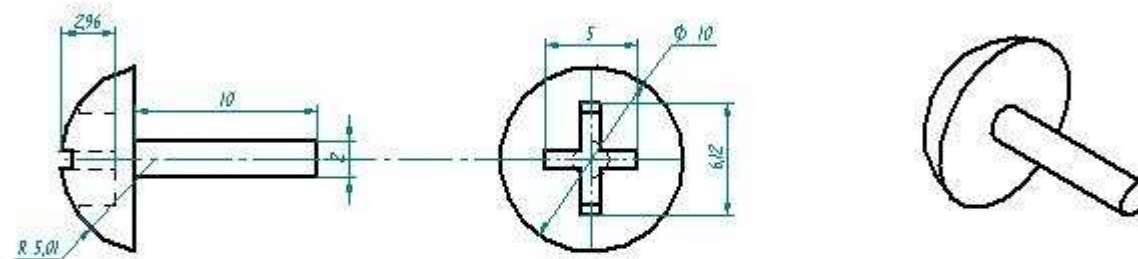


UNIVERSIDAD AUTÓNOMA DE OCCIDENTE			TÍTULO
INGENIERÍA MECATRÓNICA			
	NOMBRES	FECHA	SUBTÍTULO
DISEÑADO	ALBERTO JOSÉ ECHENERRA ABAM ROBERTO A. HERNÁNDEZ VACA ALCAZAR	5-enero-2006	
ELABORADO			RUBRICADO
APROBADO			
MATERIAL:			FORMATO
ACERO			2
			ESCALA 2:1 MEDIDAS EN mm

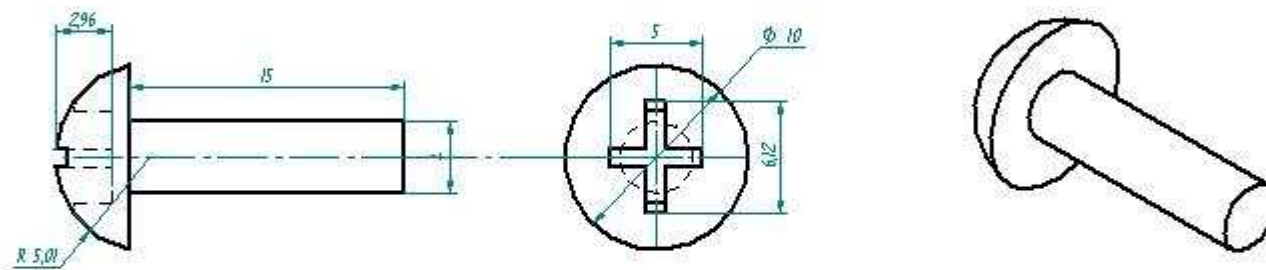


UNIVERSIDAD AUTÓNOMA DE OCCIDENTE INGENIERÍA MECATRÓNICA			
	NOMBRE(S)	FECHA	
DISEÑADO	ALBERTO JOSÉ ECHENERRA ABAM ROBERTO A. HERNÁNDEZ VACA ALCAZAR	5-enero-2006	<i>SISTEMA BOLA-VIGA</i>
COMPROBADO			TÍTULO
APROBADO			SOPORTE PRINCIPAL
MATERIAL		FORMATO	
ACRÍLICO		A3	
		CANTIDAD	
		2	
		ESCALA	1:2 MEDIDAS EN MM



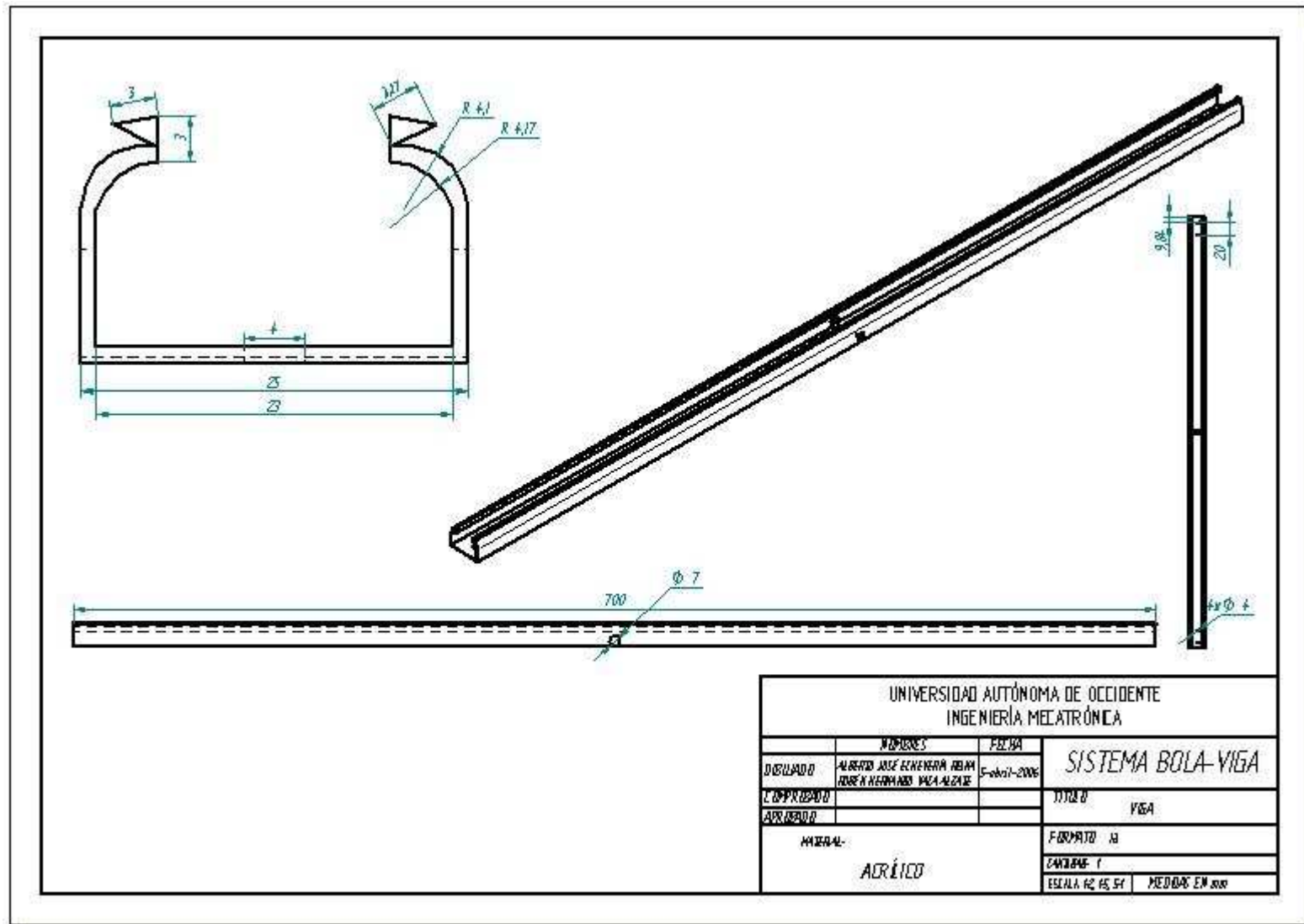


UNIVERSIDAD AUTÓNOMA DE OCCIDENTE INGENIERÍA MECATRÓNICA			
	NOMBRE(S)	FECHA	
DISEÑADO	ALBERTO JOSÉ ECHENERRA ABAM ROBERTO A. HERNÁNDEZ VACA ALCAZAR	5-enero-2006	<i>SISTEMA BOLA-VIGA</i>
ELABORADO			TÍTULO
APROBADO			TORVALD ESTRELLA 2do
MATERIAL			FORMATO
ACERO			10
			ESCALA
			5:1
			UNIDADES EN MM

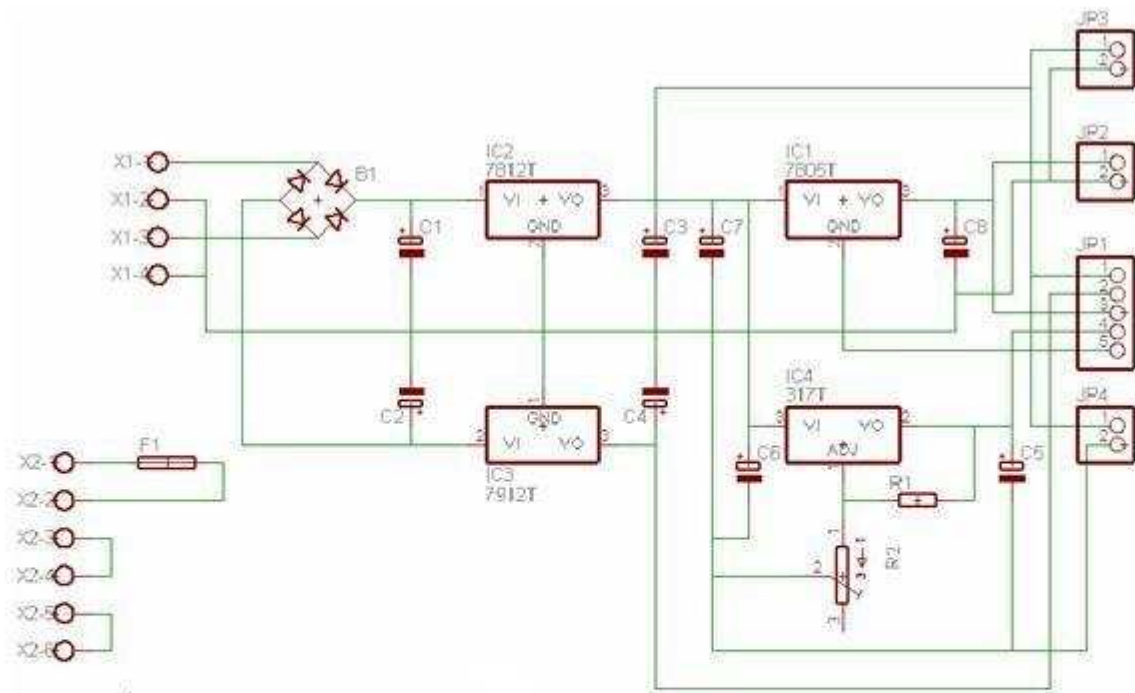


UNIVERSIDAD AUTÓNOMA DE OCCIDENTE			
INGENIERÍA MECATRÓNICA			
	NOMBRE(S)	FECHA	
DISEÑADO	ALBERTO JOSÉ ECHENERRA ABAM	5-abril-2006	<i>SISTEMA BOLA-VIGA</i>
ELABORADO	ROBERTO ALFONSO VACA ALCAZAR		TÍTULO
APROBADO			TORNILLO ESTRELLA 4mm
MATERIAL			FORMATO
ACERO			10
			ESCALA
			5:1
			MEDIDAS EN mm

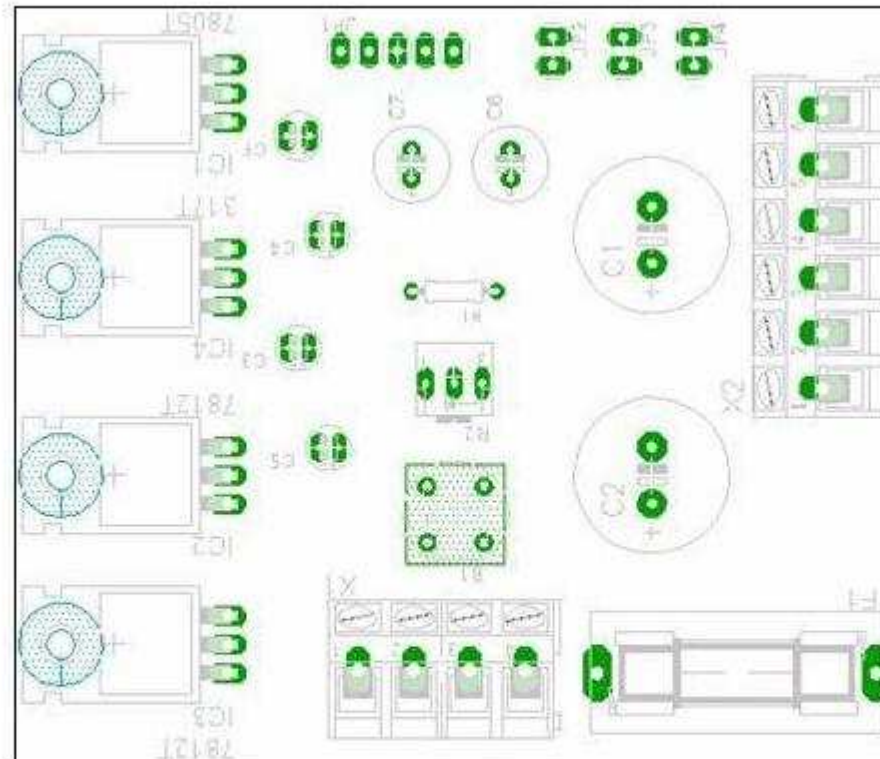




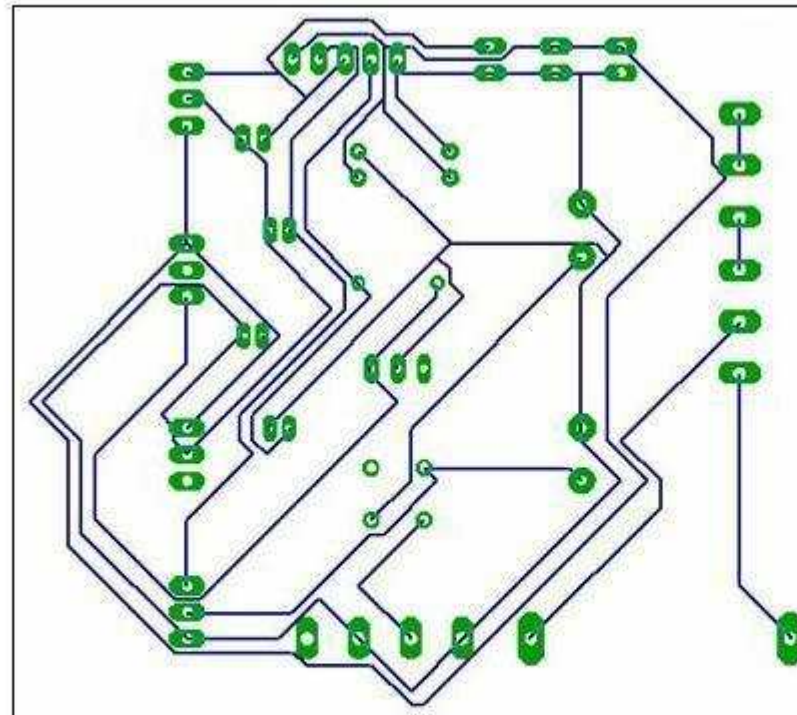
## **Anexo B. Planos Eléctricos**



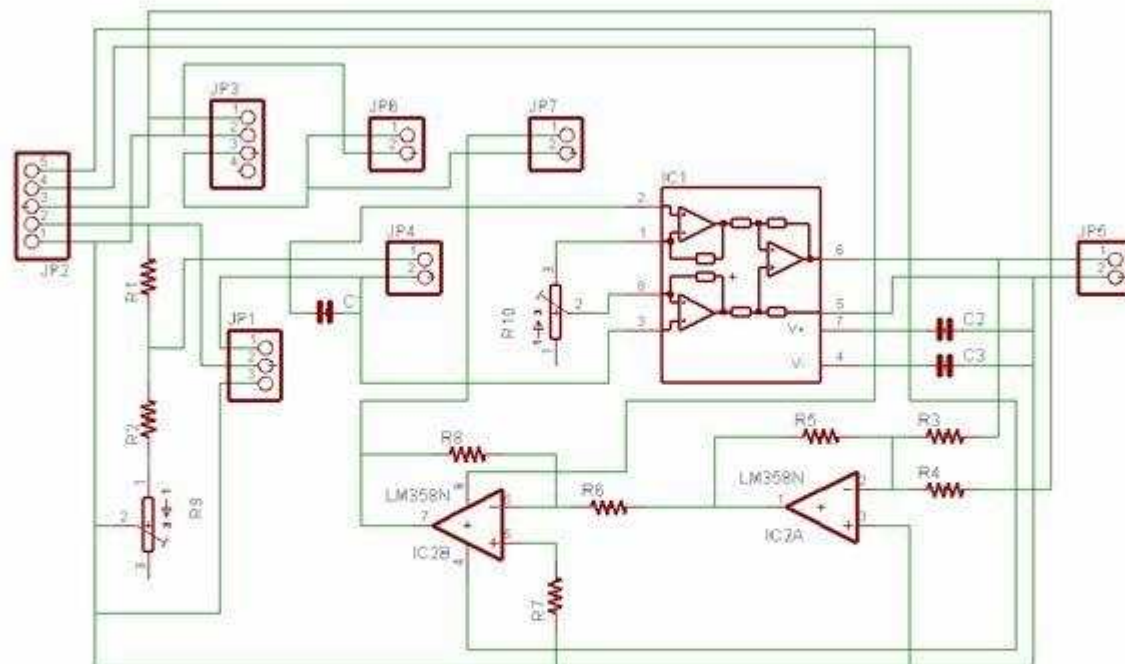
UNIVERSIDAD AUTÓNOMA DE OCCIDENTE			
INGENIERÍA MECATRÓNICA			
DISEÑADO POR	NOMBRES ALBERTO JOSÉ ECHEVERRÍA, DEIRA ALBÉN HERNÁNDEZ YALAZATE	FECHA 5-abril-2006	SISTEMA BOLA-VIGA
COMPROBADO			
APROBADO			
UNIVERSIDAD AUTÓNOMA DE OCCIDENTE			TÍTULO ESQUEMA DE FUENTE DE PODER
INGENIERÍA MECATRÓNICA			FORMATO AS
			CANTIDAD: 1
			HOJA 1 DE 9



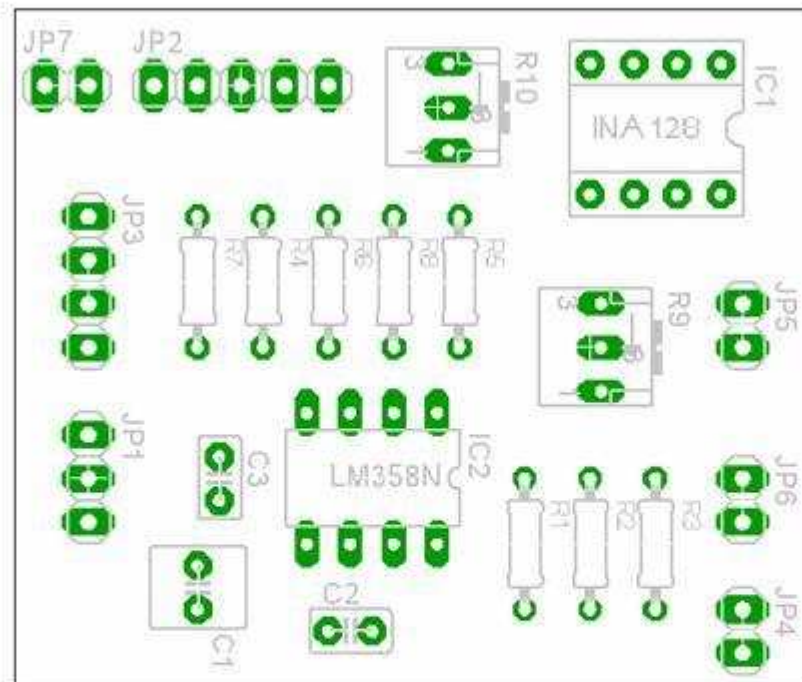
NOMBRES		FECHA	TÍTULO
DISEÑADO POR	ALBERTO JOSÉ ECHEVERRÍA REINA RODOLFO HERNÁNDEZ VACA ALZATE	5-abril-2006	
COMPROBADO			TÍTULO
APROBADO			VISTA DE COMPONENTES FUENTE DE PODER
UNIVERSIDAD AUTÓNOMA DE OCCIDENTE INGENIERÍA MECATRÓNICA			FORMATO AS
			CANTIDAD 1
			HOJA 2 DE 9



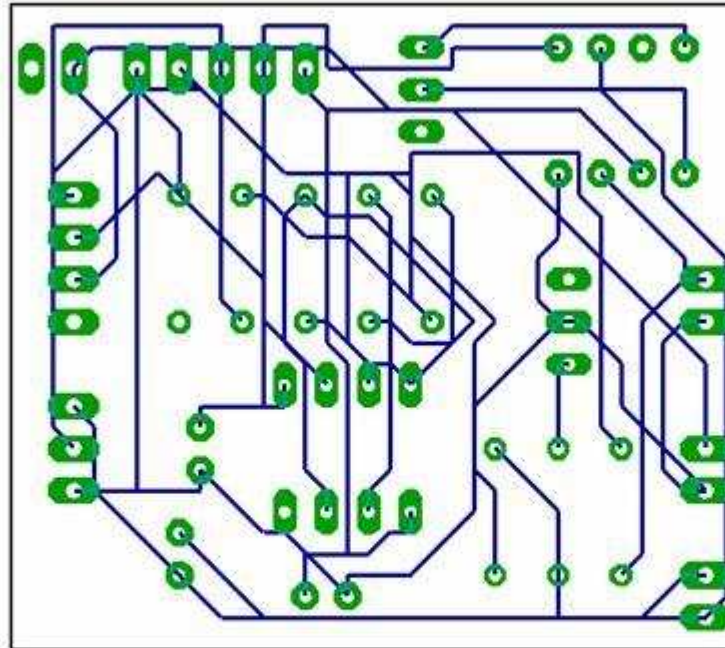
AUTORES		FECHA	SISTEMA BOLA-VIGA
DISEÑADO	ALBERTO JOSE ECHENERRA ABAY RODRIGO HERNANDEZ VACA ALZATE	5-Febrero-2006	
CO-DESIGNADO			TÍTULO
APROBADO			RUTE O FUENTE DE PODER
UNIVERSIDAD AUTÓNOMA DE OCCIDENTE INGENIERÍA MECATRÓNICA			FORMATO
			CANTIDAD
			HOLAS DE 9



NOMBRES		FECHA	SISTEMA BOLA-VIGA
DISEÑADO POR	ALBERTO JOSÉ ECHEVERRÍA, ROYMA RODRÍGUEZ HERRERA, PABLO ALZATE	5-abril-2006	
COMPROBADO			TÍTULO
APROBADO			ESQUEMA DE CIRCUITO DE INSTRUMENTACIÓN
UNIVERSIDAD AUTÓNOMA DE OCCIDENTE INGENIERÍA MECATRÓNICA			FORMATO AS
			CANTIDAD: 1
			HOJA 4 DE 9

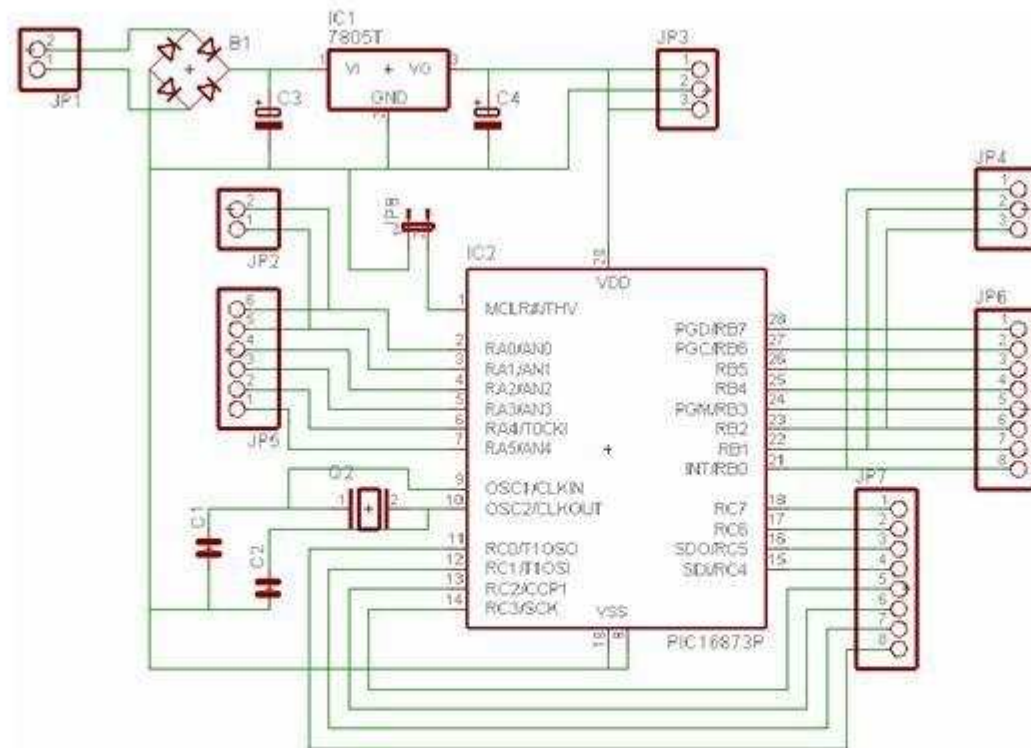


	NOMBRES	FECHA	
DISEÑADO POR	ALBERTO JOSÉ ECHEVERRÍA REINA RODOLFO HERNÁNDEZ YACALAZATE	5-abril-2006	SISTEMA BOLA-VIGA
COMPROBADO			TÍTULO VISTA DE COMPONENTES E RECURSOS INSTRUMENTALES
APROBADO			FORMATO A3
UNIVERSIDAD AUTÓNOMA DE OCCIDENTE INGENIERÍA MECATRÓNICA			CANTIDAD: 1
			HOJA 5 DE 9

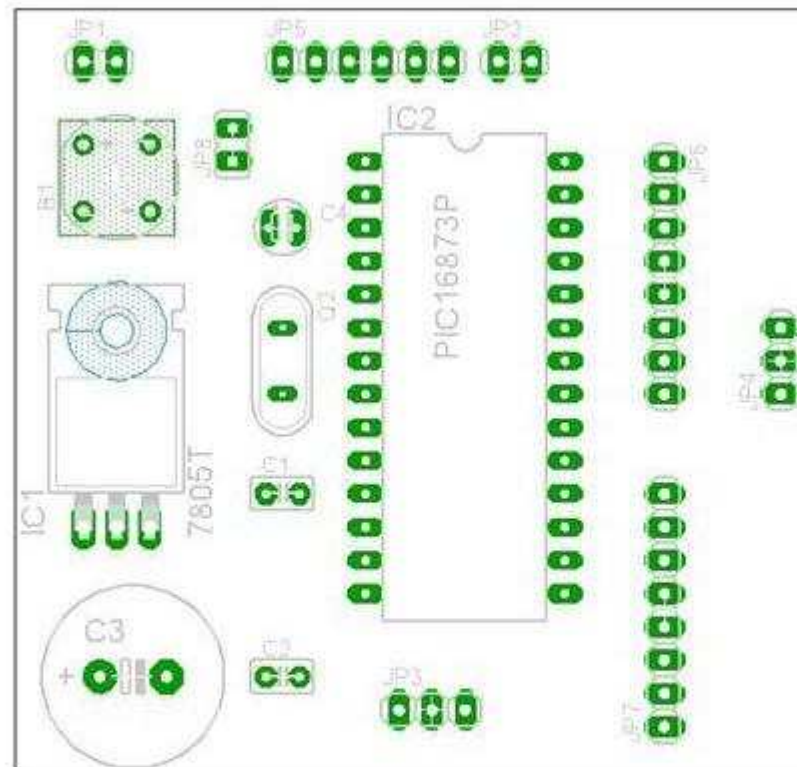


	NOMBRE	FECHA	SISTEMA BOLA-VIGA
DISEÑADO POR	ALBERTO JOSÉ ECHEVERRÍA ROSA JOSÉ H. HERNÁNDEZ VILLALBA	5-abril-2006	
COMPROBADO			TÍTULO
APROBADO			RUTEO CABLEADO INSTRUMENTACIÓN
UNIVERSIDAD AUTÓNOMA DE OCCIDENTE INGENIERÍA MECATRÓNICA			FORMATO AS
			CANTIDAD 1
			PÁGINA 6 DE 9

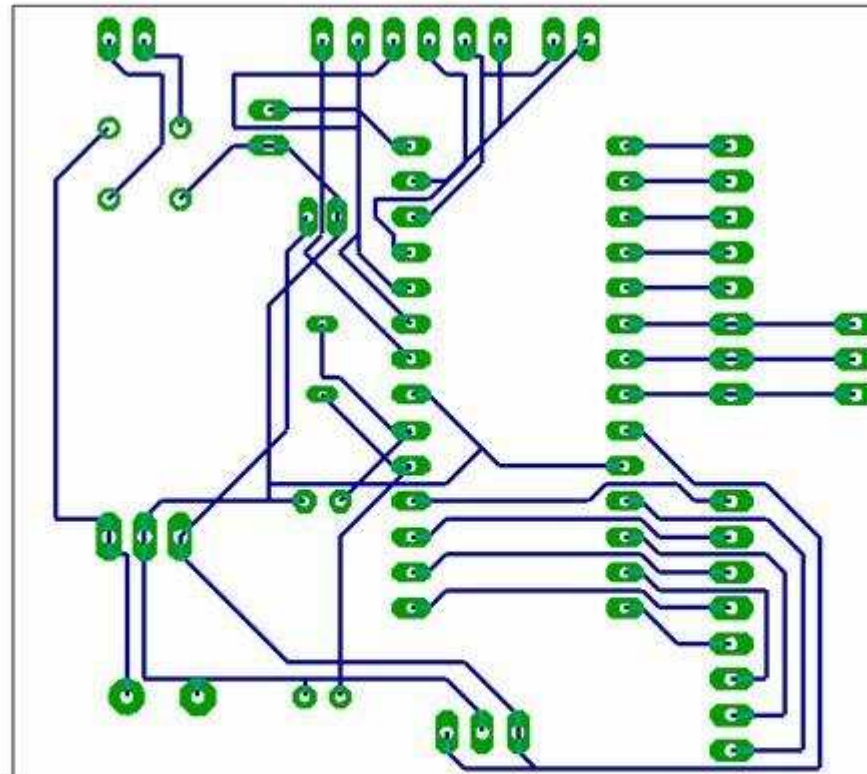




	NOMBRES	FECHA	SISTEMA BOLA-VIGA
DISEÑADO POR	ALBERTO JOSÉ ECHEVERRÍA, ROYAL RODOLFO HERRERA, YOLIA ALZATE	5-abril-2006	
COMPROBADO			TÍTULO
APROBADO			ESQUEMA DE CIRCUITO ELECTRÓNICO
UNIVERSIDAD AUTÓNOMA DE OCCIDENTE			FORMATO AS
INGENIERÍA MECATRÓNICA			CANTIDAD 1
			PÁGINA 7 DE 9



	NÚMERO	FECHA	
DISEÑADO	ALBERTO JOSÉ ECHENERRA ABAY	5-Febrero-2006	SISTEMA BOLA-VIGA
ELABORADO	RODRIGO HERNÁNDEZ MACA-ALEJANDRE		TÍTULO Y VISTA DE COMPONENTES
APROBADO			CON UNO POR CADA ENTRADA DE
UNIVERSIDAD AUTÓNOMA DE OCCIDENTE			FORMATO A3
INGENIERÍA MECATRÓNICA			CANTIDAD 1
			HOLLA 8 DE 9

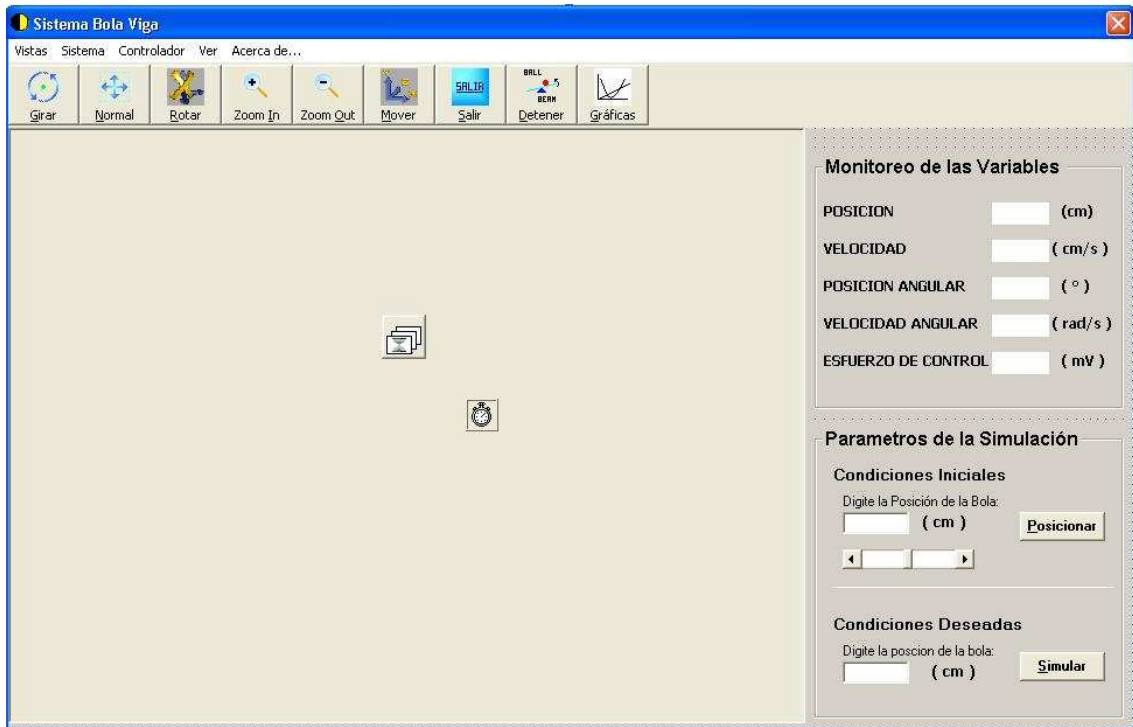


NOMBRES		FECHA	TÍTULO
DISEÑADO POR	ALBERTO JOSÉ ECHEVERRÍA, KEINA RODRÍGUEZ HERNÁNDEZ, VALERIA ALZATE	5-abril-2006	
COMPROBADO			RUTED E RE LITO MECANIZADOR
APROBADO			
UNIVERSIDAD AUTÓNOMA DE OCCIDENTE			FORMATO AS
INGENIERÍA MECATRÓNICA			CARTONAJE 1
			HOJA 9 DE 9

## **Anexo C. Diseño de interfaces y código fuente del software de simulación**

El software de simulación fue desarrollado en Microsoft Visual Basic 6.0 con ayuda de la herramienta para animación Direct X 7.0. El software consta de las siguientes interfaces o formularios.

### Diseño de la interfaz principal



Detrás de este formulario se desarrollo el siguiente código.

```

Option Explicit
' Declaracion de variables de manipulaci3n del poptotipo virtual
Dim posicion, ValAnterior As Integer
Dim grados As Single
Dim rotar, zoomIn, zoomOut, mover As Boolean

'Variables de tipo direccion
Dim acum As D3DVECTOR
Dim acumx, acumy, ZacumY, mov, Zactual As Single

Private Declare Function GetSystemMetrics Lib "user32" (ByVal nIndex As Long) As Long
Const SM_CXSCREEN = 0
Const SM_CYSCREEN = 1

'variables para inicializar las iteraciones de runge kuta
Dim tmax As Single
Dim vx() As Single
Dim vy1() As Single
Dim vy2() As Single
Dim vy3() As Single
Dim vy4() As Single
Dim tmin, h, ylinicial, y2inicial, y3inicial, y4inicial As Single

'Variables del bola-viga
Dim R1, pos_Ini, pos_teta_ini, rot1_ant, rot2_ant As Single
Public g, m, mv, L, jv, jb, Kt, Ke, n, R, rb As Single
Public ki1, ki2, ki3, ki4, ki, kp1, kp2, kp3, kp4, q, k1, k2, k3, k4 As Double
Const pi = 3.14159265358979
Dim y1 As Single, y2 As Single, y3 As Single, y4 As Single
Dim X As Single, i, j As Single, ut As Single
Dim y11 As Single, y21 As Single, y31 As Single, y41 As Single

```

---

```

Private Sub AccionIntegral_Click()
AccionIntegral.Checked = True
AccionProporcional.Checked = False
GP.Checked = False
AccionReguladora.Checked = False
Natural.Checked = False
End Sub

```

---

```

Private Sub AccionProporcional_Click()
AccionIntegral.Checked = False
AccionProporcional.Checked = True
GP.Checked = False
AccionReguladora.Checked = False
Natural.Checked = False
End Sub

```

---

```

Private Sub AccionReguladora_Click()
AccionIntegral.Checked = False
AccionProporcional.Checked = False
GP.Checked = False
AccionReguladora.Checked = True
Natural.Checked = False
End Sub

```

---

```

'genera una accion cuando se da clik sostenido
Private Sub Area_MouseDown(Button As Integer, Shift As Integer, X As Single, Y As Single)
ActivadoMouseDown = True
    acumx = X
    acumy = Y
End Sub

```

---

```

'genera una accion cuando se libera el clik
Private Sub Area_MouseUp(Button As Integer, Shift As Integer, X As Single, Y As Single)
ActivadoMouseDown = False
End Sub

```

---



```

'Boton que corresponde a la acción de simular
Private Sub Command1_Click()

ki1 = Val(Form1.Text1.Text)
ki2 = Val(Form1.Text2.Text)
ki3 = Val(Form1.Text3.Text)
ki4 = Val(Form1.Text4.Text)
ki = Val(Form1.Text5.Text)
kp1 = Val(Form1.Text10.Text)
kp2 = Val(Form1.Text9.Text)
kp3 = Val(Form1.Text8.Text)
kp4 = Val(Form1.Text7.Text)
q = Val(Form1.Text30.Text)
k1 = Val(Form1.Text26.Text)
k2 = Val(Form1.Text27.Text)
k3 = Val(Form1.Text28.Text)
k4 = Val(Form1.Text29.Text)

rb = Val(Form1.Text35.Text)
g = Val(Form1.Text36.Text)
m = Val(Form1.Text33.Text)
mv = Val(Form1.Text34.Text)
L = Val(Form1.Text31.Text)
Kt = Val(Form1.Text37.Text)
Ke = Val(Form1.Text38.Text)
R = Val(Form1.Text39.Text)
n = Val(Form1.Text50.Text)
jb = (2 / 5) * m * rb ^ 2
jv = (1 / 12) * mv * L ^ 2
Viga.AddRotation D3DRMCOMBINE_BEFORE, 1, 0, 0, (-pos_teta_ini * deg2rad)
R1 = (Val(Text2.Text)) / 100 'R1=valor de referencia o posicion deseada
Timer1 = True
End Sub

```

---



```

Private Sub Command3_Click()
'Asignar Posicion inicial y1
y1 = Val(Text1.Text) / 100

'Asignar Posicion inicial pos_Ini
pos_Ini = Val(Text1.Text) / 100

If pos_Ini > 0.35 Then
MsgBox "Esta Excediendo la longitud de la viga Max. 35 cm", vbCritical, "Bola-Viga"
pos_Ini = 0
End If

If pos_Ini < -0.35 Then
MsgBox "Esta Excediendo la longitud de la viga Max. -35 cm", vbCritical, "Bola-Viga"
pos_Ini = 0
End If

'posicione la bola con respecto a la viga
' ( 19 / 0.5) relacion de posicion
Bola.SetPosition Viga, 0, -(pos_Ini * 19 / 0.5), 0
Pos_x.Value = (pos_Ini * 100)

Area.Render
End Sub

Private Sub Command6_Click()
y1 = 0
y2 = 0
y3 = 0
y4 = 0
Timer1.Enabled = False
End Sub

```

```

Private Sub Form_Load()

AccionIntegral.Checked = True
AccionProporcional.Checked = False
GP.Checked = False
AccionReguladora.Checked = False
Natural.Checked = False

'*****Variables de Rugen Kutta*****

anguloCero = 0
tmin = 0
h = 0.02 'Frecuencia o paso con la que oscila la barra(velocidad de reaccion)
'inicializamos variables
y1 = 0
y2 = 0
y3 = 0
y4 = 0
'*****

'Declarando variables de dimension para el Canvas(RMcanvas)
Dim lScreenWidth As Long
Dim lScreenHeight As Long

'Asigna la dimension del area de resolucio de la pantalla en pixeles del sistema
lScreenWidth = GetSystemMetrics(SM_CXSCREEN)
lScreenHeight = GetSystemMetrics(SM_CYSCREEN)

'Verifica si el area de resolucio de la pantalla esta en el
'rango de operacion de directx
If lScreenWidth < 1024 And lScreenHeight < 768 Then
MsgBox "La resoluci3n de su pantalla no es adecuada.Asegurese que sea m3nimo 1024x768 pixeles", vbOKOnly
End
End If

'Constructor para crear una nueva variable directX
Set DirectX = New DirectX7

```

```

With Area

'Asignar a BolaViga el frame y asignar al frame luz y color
Set BolaViga = .D3DRM.CreateFrame(.SceneFrame)
.StartWindowed
Area.AmbientLight.SetColorRGB 0.15, 0.12, 0.12
Area.SceneFrame.SetSceneBackgroundRGB 0.102, 0.231, 0.389

'Creamos el frame llamado soporte, Crea una variable para cargar
'la imagen llamado
'Soporte_m, cargar imagen Soporte2.x en Soporte_m y luego
'se visualiza la imagen
'Soporte_m en el frame Soporte

Set Base = .D3DRM.CreateFrame(.SceneFrame)
Set Base_m = .D3DRM.CreateMeshBuilder()
Base_m.LoadFromFile App.Path + "\Piezas X\Base.x", 0, D3DRMLoad_FromFile, Nothing, Nothing
Base.AddVisual Base_m

Set Soporte = .D3DRM.CreateFrame(.SceneFrame)
Set Soporte_m = .D3DRM.CreateMeshBuilder()
Soporte_m.LoadFromFile App.Path + "\Piezas X\SoporteMotor.x", 0, D3DRMLoad_FromFile, Nothing, Nothing
Soporte.AddVisual Soporte_m

Set Soporte1 = .D3DRM.CreateFrame(.SceneFrame)
Set Soporte1_m = .D3DRM.CreateMeshBuilder()
Soporte1_m.LoadFromFile App.Path + "\Piezas X\Soporte2.x", 0, D3DRMLoad_FromFile, Nothing, Nothing
Soporte1.AddVisual Soporte1_m

Set Ajuste = .D3DRM.CreateFrame(.SceneFrame)
Set Ajuste_m = .D3DRM.CreateMeshBuilder()
Ajuste_m.LoadFromFile App.Path + "\Piezas X\AjusteMotor.x", 0, D3DRMLoad_FromFile, Nothing, Nothing
Ajuste.AddVisual Ajuste_m

Set Ajuste1 = .D3DRM.CreateFrame(.SceneFrame)
Set Ajuste1_m = .D3DRM.CreateMeshBuilder()
Ajuste1_m.LoadFromFile App.Path + "\Piezas X\AjusteEncoder.x", 0, D3DRMLoad_FromFile, Nothing, Nothing
Ajuste1.AddVisual Ajuste1_m

```

```

Set Rodamiento = .D3DRM.CreateFrame(.SceneFrame)
Set Rodamiento_m = .D3DRM.CreateMeshBuilder()
Rodamiento_m.LoadFromFile App.Path + "\Piezas X\Rodamiento.x", 0, D3DRMLoad_FromFile, Nothing, Nothing
Rodamiento.AddVisual Rodamiento_m

Set Rodamiento1 = .D3DRM.CreateFrame(.SceneFrame)
Set Rodamiento1_m = .D3DRM.CreateMeshBuilder()
Rodamiento1_m.LoadFromFile App.Path + "\Piezas X\Rodamiento.x", 0, D3DRMLoad_FromFile, Nothing, Nothing
Rodamiento1.AddVisual Rodamiento1_m

Set Bola = .D3DRM.CreateFrame(.SceneFrame)
Set Bola_m = .D3DRM.CreateMeshBuilder()
Bola_m.LoadFromFile App.Path + "\Piezas X\Bola.x", 0, D3DRMLoad_FromFile, Nothing, Nothing
Bola.AddVisual Bola_m

Set Eje = .D3DRM.CreateFrame(.SceneFrame)
Set Eje_m = .D3DRM.CreateMeshBuilder()
Eje_m.LoadFromFile App.Path + "\Piezas X\Eje.x", 0, D3DRMLoad_FromFile, Nothing, Nothing
Eje.AddVisual Eje_m

Set Viga = .D3DRM.CreateFrame(.SceneFrame)
Set Viga_m = .D3DRM.CreateMeshBuilder()
Viga_m.LoadFromFile App.Path + "\Piezas X\viga.x", 0, D3DRMLoad_FromFile, Nothing, Nothing
Viga.AddVisual Viga_m

Set reductor = .D3DRM.CreateFrame(.SceneFrame)
Set reductor_m = .D3DRM.CreateMeshBuilder()
reductor_m.LoadFromFile App.Path + "\Piezas X\Reductor GP32C.x", 0, D3DRMLoad_FromFile, Nothing, Nothing
reductor.AddVisual reductor_m

Set motor = .D3DRM.CreateFrame(.SceneFrame)
Set motor_m = .D3DRM.CreateMeshBuilder()
motor_m.LoadFromFile App.Path + "\Piezas X\Motor A-max32.x", 0, D3DRMLoad_FromFile, Nothing, Nothing
motor.AddVisual motor_m

Set Encoder = .D3DRM.CreateFrame(.SceneFrame)
Set Encoder_m = .D3DRM.CreateMeshBuilder()
Encoder_m.LoadFromFile App.Path + "\Sensor InteligX.x", 0, D3DRMLoad_FromFile, Nothing, Nothing

```

'Textura y color de cada pieza

```
Base_m.SetQuality D3DRMLIGHT_ON Or D3DRMFILL_SOLID Or D3DRMSHADE_FLAT
Soporte_m.SetQuality D3DRMLIGHT_ON Or D3DRMFILL_SOLID Or D3DRMSHADE_FLAT
Soporte1_m.SetQuality D3DRMLIGHT_ON Or D3DRMFILL_SOLID Or D3DRMSHADE_FLAT
Ajuste_m.SetQuality D3DRMLIGHT_ON Or D3DRMFILL_SOLID Or D3DRMSHADE_FLAT
Ajuste1_m.SetQuality D3DRMLIGHT_ON Or D3DRMFILL_SOLID Or D3DRMSHADE_FLAT
Rodamiento_m.SetQuality D3DRMLIGHT_ON Or D3DRMFILL_SOLID Or D3DRMSHADE_FLAT
Rodamiento1_m.SetQuality D3DRMLIGHT_ON Or D3DRMFILL_SOLID Or D3DRMSHADE_FLAT
Bola_m.SetQuality D3DRMLIGHT_ON Or D3DRMFILL_SOLID Or D3DRMSHADE_FLAT
Eje_m.SetQuality D3DRMLIGHT_ON Or D3DRMFILL_SOLID Or D3DRMSHADE_FLAT
Viga_m.SetQuality D3DRMLIGHT_ON Or D3DRMFILL_SOLID Or D3DRMSHADE_FLAT
reductor_m.SetQuality D3DRMLIGHT_ON Or D3DRMFILL_SOLID Or D3DRMSHADE_FLAT
motor_m.SetQuality D3DRMLIGHT_ON Or D3DRMFILL_SOLID Or D3DRMSHADE_FLAT
Encoder_m.SetQuality D3DRMLIGHT_ON Or D3DRMFILL_SOLID Or D3DRMSHADE_FLAT
```

'Posicion inicial de las piezas

```
Base.AddRotation D3DRMCOMBINE_AFTER, 1, 0, 0, (-90 * deg2rad)
Base.AddTranslation D3DRMCOMBINE_AFTER, 0, -6.5, 6.25
Soporte.AddRotation D3DRMCOMBINE_AFTER, 1, 0, 0, (-90 * deg2rad)
Soporte.SetPosition Base, -2, 6.25, 3.2
Soporte1.SetPosition Base, 1, 6.25, 3.2
Ajuste.AddRotation D3DRMCOMBINE_AFTER, 1, 0, 0, (-90 * deg2rad)
Ajuste.SetPosition Soporte, -1.18, 0, 0
Ajuste1.AddRotation D3DRMCOMBINE_AFTER, 1, 0, 0, (-90 * deg2rad)
Ajuste1.SetPosition Soporte1, 1.18, 0, 0
Rodamiento.AddRotation D3DRMCOMBINE_AFTER, 1, 0, 0, (-90 * deg2rad)
Rodamiento.SetPosition Soporte, 0, 0, 5.3
Rodamiento1.AddRotation D3DRMCOMBINE_AFTER, 1, 0, 0, (-90 * deg2rad)
Rodamiento1.SetPosition Soporte1, 0, 5.3, 0
Eje.SetPosition Soporte, 4.2, 0, 5.3
Viga.SetPosition Soporte, 1.3, 0, 5.3
reductor.SetPosition Eje, -5.5, 0, 0
motor.SetPosition Eje, -6.9, 0, 0
Encoder.AddRotation D3DRMCOMBINE_AFTER, 1, 0, 0, (-270 * deg2rad)
Encoder.AddRotation D3DRMCOMBINE_AFTER, 0, 1, 0, (-270 * deg2rad)
Encoder.AddRotation D3DRMCOMBINE_AFTER, 0, 0, 1, (-270 * deg2rad)
Encoder.SetPosition Eje, 0, 0, 0
Bola.SetPosition Viga, 0, 0, 0
```



```

' Definicion de jerarquias
  BolaViga.AddChild Base
  Base.AddChild Soporte
  Base.AddChild Soporte1
  Soporte.AddChild Ajuste
  Soporte1.AddChild Ajuste1
  Soporte.AddChild Rodamiento
  Soporte1.AddChild Rodamiento1
  Soporte.AddChild Eje
  Eje.AddChild Viga
  Eje.AddChild reductor
  reductor.AddChild motor
  Eje.AddChild Encoder
  Viga.AddChild Bola

End With

'Rotar todo el sistema Bola viga con respecto a un eje determinado
'X,Y,Z
BolaViga.AddRotation D3DRMCOMBINE_AFTER, 0, 1, 0, (50 * deg2rad)
BolaViga.AddRotation D3DRMCOMBINE_AFTER, 1, 0, 0, (-20 * deg2rad)
'mover la camara en X,Y,Z
Area.CameraFrame.SetPosition Nothing, -0.5, -4.5, -40

Area.Viewport.SetBack 5000

' *****
ActivadoMouseDown = False

'incializamos variables para utilizar en los diferentes eventos del mouse
  acum.X = -0.5
  acum.Y = -4.5
  acum.z = -40
  Zactual = -40

End Sub

```

---

```

*****FUNCIONES Y PROCEDIMIENTOS*****

Function Ruggen_kuta()
    Dim k11, k12, k13, k14 As Single 'los k1 para las ecuaciones
    Dim k21, k22, k23, k24 As Single 'los k2 para las ecuaciones
    Dim k31, k32, k33, k34 As Single 'los k3 para las ecuaciones
    Dim k41, k42, k43, k44 As Single 'los k4 para las ecuaciones
    Dim y1_prev As Single

    'X es el tiempo que cambia de acuerdo al paso
    'i son las iteraciones necesarias para el algoritmo Runke Kuta orden 4

    X = X + h + i

    'fa=function X1
    'fb=function X2
    'fc=function X3
    'fd=function X4

    k11 = h * fa(X, y1, y2, y3, y4)
    k12 = h * fb(X, y1, y2, y3, y4)
    k13 = h * fc(X, y1, y2, y3, y4)
    k14 = h * fd(X, y1, y2, y3, y4)

    k21 = h * fa(X + h / 2, y1 + k11 / 2, y2 + k12 / 2, y3 + k13 / 2, y4 + k14 / 2)
    k22 = h * fb(X + h / 2, y1 + k11 / 2, y2 + k12 / 2, y3 + k13 / 2, y4 + k14 / 2)
    k23 = h * fc(X + h / 2, y1 + k11 / 2, y2 + k12 / 2, y3 + k13 / 2, y4 + k14 / 2)
    k24 = h * fd(X + h / 2, y1 + k11 / 2, y2 + k12 / 2, y3 + k13 / 2, y4 + k14 / 2)

    k31 = h * fa(X + h, y1 + k21, y2 + k22, y3 + k23, y4 + k24)
    k32 = h * fb(X + h, y1 + k21, y2 + k22, y3 + k23, y4 + k24)
    k33 = h * fc(X + h, y1 + k21, y2 + k22, y3 + k23, y4 + k24)
    k34 = h * fd(X + h, y1 + k21, y2 + k22, y3 + k23, y4 + k24)
    k41 = h * fa(X + h, y1 + k31, y2 + k32, y3 + k33, y4 + k34)
    k42 = h * fb(X + h, y1 + k31, y2 + k32, y3 + k33, y4 + k34)
    k43 = h * fc(X + h, y1 + k31, y2 + k32, y3 + k33, y4 + k34)
    k44 = h * fd(X + h, y1 + k31, y2 + k32, y3 + k33, y4 + k34)

    y1 = y1 + (1 / 6) * (k11 + 2 * k21 + 2 * k31 + k41)
    y2 = y2 + (1 / 6) * (k12 + 2 * k22 + 2 * k32 + k42)
    y3 = y3 + (1 / 6) * (k13 + 2 * k23 + 2 * k33 + k43)
    y4 = y4 + (1 / 6) * (k14 + 2 * k24 + 2 * k34 + k44)

    i = i + 1

End Function
'Ecuaciones del bola-viga en variables de estado

```

```

'Function X1'
Function fa(t As Single, x1 As Single, x2 As Single, x3 As Single, x4 As Single) As Single
fa = x2
End Function

'Function X2'
Function fb(t As Single, x1 As Single, x2 As Single, x3 As Single, x4 As Single) As Single
fb = ((m * x1 * x4 ^ 2) - (m * g * Sin(x3))) / (m + (jb / rb ^ 2))
End Function

'Function X3'
Function fc(t As Single, x1 As Single, x2 As Single, x3 As Single, x4 As Single) As Single
fc = x4
End Function

'Function X4'
Function fd(t As Single, x1 As Single, x2 As Single, x3 As Single, x4 As Single) As Single
fd = ((u(t, x1, x2, x3, x4) - m * g * x1 * Cos(x3)) - (2 * m * x1 * x2 * x4)) / (jv + (m * x1 ^ 2))
End Function

'function Error
Function fe(ref As Single, x1 As Single) As Single
fe = ref - x1
End Function

'segun el voltaje de entrada

Function v_in(ByVal t As Double, ByVal x1 As Double, ByVal x2 As Double, ByVal x3 As Double, ByVal x4 As Double)

Dim Polk1, Polk2, Polk3, Polk4, Polki As Single

Polk1 = 7.3308 * x1 ^ 4 + 0 * x1 ^ 3 + 10.6669 * x1 ^ 2 - 0 * x1 + 7.103
Polk2 = -0.0047 * x1 ^ 4 + 0 * x1 ^ 3 + 13.286 * x1 ^ 2 - 0 * x1 + 5.024
Polk3 = -0.0028 * x1 ^ 4 + 0 * x1 ^ 3 + 25.4547 * x1 ^ 2 - 0 * x1 + 9.6262
Polk4 = 0.0028 * x1 ^ 4 + 0 * x1 ^ 3 + 2.8153 * x1 ^ 2 - 0 * x1 + 1.065
Polki = -0.0008 * x1 ^ 4 - 0 * x1 ^ 3 - 8.0666 * x1 ^ 2 + 0 * x1 - 3.0506

If AccionIntegral.Checked = True Then
v_in = -(ki1 * x1 + ki2 * x2 + ki3 * x3 + ki4 * x4) - ki * (2 * R1 - (y1 ^ 2 / 2))
ElseIf AccionProporcional.Checked = True Then
v_in = kp1 * x1 + kp2 * x2 + kp3 * x3 + kp4 * x4 + (R1 * q)
ElseIf GP.Checked = True Then
v_in = -Polk1 * x1 - Polk2 * x2 - Polk3 * x3 - Polk4 * x4 - Polki * (2 * R1 - (y1 ^ 2 / 2))
ElseIf AccionReguladora.Checked = True Then
v_in = -(k1 * x1 + k2 * x2 + k3 * x3 + k4 * x4)
ElseIf Natural.Checked = True Then
v_in = 0
End If

End Function

'Función de entrada U = T(V), torque en función del voltaje
Function u(ByVal t As Double, ByVal x1 As Double, ByVal x2 As Double, ByVal x3 As Double, ByVal x4 As Double) As Double
u = (n * Kt / R) * v_in(t, x1, x2, x3, x4) - (Kt * Ke / R) * x4
ut = u * 1000 ' para ver el esfuerzo de control en mV

End Function

```



```
Private Sub Frontal_Click()  
BolaViga.AddRotation D3DRMCOMBINE_REPLACE, 0, 1, 0, (-180 * deg2rad)  
BolaViga.AddRotation D3DRMCOMBINE_AFTER, 0, 0, 60, (9 * deg2rad)  
BolaViga.AddRotation D3DRMCOMBINE_AFTER, 0, -50, 0, (90 * deg2rad)  
Area.Render
```

End Sub

---

```
Private Sub GP_Click()  
AccionIntegral.Checked = False  
AccionProporcional.Checked = False  
GP.Checked = True  
AccionReguladora.Checked = False  
Natural.Checked = False
```

End Sub

---

```
Private Sub Graficas_Click()  
Form2.Show
```

End Sub

---

```
Private Sub Natural_Click()  
AccionIntegral.Checked = False  
AccionProporcional.Checked = False  
GP.Checked = False  
AccionReguladora.Checked = False  
Natural.Checked = True
```

End Sub

---

```
Private Sub Parametros_Click()  
Form1.Show  
Form1.Command1.Enabled = False  
Form1.Command2.Enabled = True
```

End Sub

---

```

Private Sub Pos_x_Change()

Text1.Text = Pos_x.Value
y1 = Val(Text1.Text) / 100
pos_Ini = Val(Text1.Text) / 100

Bola.SetPosition Viga, 0, -(pos_Ini * 19 / 0.5), 0
Area.Render

End Sub

```

---

```

Private Sub Side1_Click()
BolaViga.AddRotation D3DRMCOMBINE_REPLACE, -50, 0, 0, (10 * deg2rad)
Area.Render

End Sub

```

---

```

Private Sub Sider_Click()

BolaViga.AddRotation D3DRMCOMBINE_REPLACE, 0, 1, 0, (-180 * deg2rad)
BolaViga.AddRotation D3DRMCOMBINE_AFTER, -50, 0, 0, (10 * deg2rad)
BolaViga.AddRotation D3DRMCOMBINE_AFTER, 0, 0, -50, (-1 * deg2rad)
BolaViga.AddRotation D3DRMCOMBINE_AFTER, 0, -50, 0, (-2 * deg2rad)
Area.Render

End Sub

```

---

```

Private Sub Timer1_Timer()
Text3.Text = " "
Text4.Text = " "
Text5.Text = " "
Text6.Text = " "
Animacion (-y1 * 19 / 0.5), y3 * 180 / pi

Ruggen_kuta

Text3.Text = Round(y1 * 100)

If Text3.Text > 36 Then
MsgBox "Bola en el limite derecho positivo cuidado la bola se puede caer", vbCritical, "Bola-Viga"
Timer1.Enabled = False
End If

If Text3.Text < -36 Then
MsgBox "Bola en el limite izquierdo negativo cuidado la bola se puede caer", vbCritical, "Bola-Viga"
Timer1.Enabled = False
End If

Text4.Text = Round(y2 * 100)
Text5.Text = Round((y3 * rad2deg))
Text6.Text = Round(y4)
Text7.Text = ut

End Sub

```

---

```

Sub Animacion(rot1 As Single, rot2 As Single)

'Variar posicion bola
Bola.SetPosition Viga, 0, rot1, 0
'Variar posicion angular barra
'rot2-rot2_ant=deta teta la diferencia dela angulo anterio-angulo actual
Viga.AddRotation D3DRMCOMBINE_BEFORE, 1, 0, 0, ((rot2 - rot2_ant) * (deg2rad))

rot2_ant = rot2
Area.Render

'Graficar evolución de las variables de estado
Form2.Scope1.graficar (y1 * 100)
Form2.Scope2.graficar (y3 * rad2deg)
Form2.Scope3.graficar (y2 * 100)
Form2.Scope4.graficar (y4)

End Sub

```

---

```

'Botones toolbar para manipular imagen
Private Sub Toolbar1_ButtonClick(ByVal Button As MSComctlLib.Button)
    Select Case Button.Index
        Case 1
            zoomIn = False
            zoomOut = False
            mover = False
            rotar = True
            roty = 0
        Case 2
            zoomIn = False
            zoomOut = False
            mover = False
            'condciones del inicio
            BolaViga.AddRotation D3DRMCOMBINE_REPLACE, 0, 1, 0, (50 * deg2rad)
            BolaViga.AddRotation D3DRMCOMBINE_AFTER, 1, 0, 0, (-20 * deg2rad)
            Area.CameraFrame.SetPosition Nothing, -0.5, -4.5, -40
            Bola.SetPosition Viga, 0, 0, 0
            Timer1.Enabled = False

            Area.Render
            rotar = False
        Case 3
            rotar = True
            zoomIn = False
            zoomOut = False
            mover = False
            roty = 1
        Case 4
            zoomIn = True
            zoomOut = False
            rotar = False
            mover = False
        Case 5
            zoomIn = False
            zoomOut = True
            rotar = False
            mover = False
        Case 6
            zoomOut = False
            zoomIn = False
            rotar = False
            mover = True
        Case 7
            End
        Case 8
            Timer1.Enabled = False
        Case 9
            Form2.Show
    End Select
Sub

```

---

```

evento arrastrar mouse
Private Sub Area_MouseMove(Button As Integer, Shift As Integer, X As Single, Y As Single)

-----
If ActivadoMouseDown = False Then
    Exit Sub
End If
-----

If rotar = True Then
    RotateTrackBall CInt(X), CInt(Y)
End If
-----

If mover = True Then
    acum.X = ((X * -0.05) + (acumx * 0.065) + 6.5)
    acum.Y = ((Y * 0.05) - (acumy * 0.03) - 3)
    Area.CameraFrame.SetPosition Nothing, acum.X, acum.Y, acum.z
End If
-----

If zoomIn = True Then
    Area.CameraFrame.SetPosition Nothing, acum.X, acum.Y, Zactual
    If Button = 1 Then
        Zactual = Zactual + (Y * 0.01)
    End If
End If
If zoomOut = True Then
    Area.CameraFrame.SetPosition Nothing, acum.X, acum.Y, Zactual
    If Button = 1 Then
        Zactual = Zactual - (Y * 0.01)
    End If
End If
Area.Render

End Sub
-----

Private Sub Top_Click()

BolaViga.AddRotation D3DRMCOMBINE_REPLACE, 0, 1, 0, (90 * deg2rad)
BolaViga.AddRotation D3DRMCOMBINE_AFTER, 1, 0, 0, (-90 * deg2rad)
Area.CameraFrame.SetPosition Nothing, -0.5, -4.5, -40

Area.Render

End Sub

```

El anterior código solo es posible correr si es adicionado al proyecto que se realizo en Visual Basic un modulo en el que se declaran variables globales. El modulo se puede agregar de la siguiente manera como lo muestra la figura



Una vez este el modulo agregado el código que escrito fue el siguiente.

Option Explicit

```
Public vi()  
Public vx()  
Public vy1()  
Public vy2()  
Public vy3()  
Public vy4()
```

'DECLARACIONES PARA RUNGE KUTTA

'\*\*\*\*\*

```
Public tmin, h, yinicial, y2inicial, y3inicial, y4inicial As Double  
Public N As Integer
```

'\*\*\*\*\*

Public DirectX As DirectX7

Public luz As Direct3DRMLight

'VARIABLES DEL BOLA-VIGA

```
Public Base As Direct3DRMFrame3  
Public Base_m As Direct3DRMMeshBuilder3
```

```
Public Soporte As Direct3DRMFrame3  
Public Soporte_m As Direct3DRMMeshBuilder3
```

```
Public Soporte1 As Direct3DRMFrame3  
Public Soporte1_m As Direct3DRMMeshBuilder3
```

```
Public Ajuste As Direct3DRMFrame3  
Public Ajuste_m As Direct3DRMMeshBuilder3
```

```
Public Ajuste1 As Direct3DRMFrame3  
Public Ajuste1_m As Direct3DRMMeshBuilder3
```

```
Public Rodamiento As Direct3DRMFrame3  
Public Rodamiento_m As Direct3DRMMeshBuilder3
```

```
Public Rodamiento1 As Direct3DRMFrame3  
Public Rodamiento1_m As Direct3DRMMeshBuilder3
```

```
Public Bola As Direct3DRMFrame3  
Public Bola_m As Direct3DRMMeshBuilder3
```

```
Public Eje As Direct3DRMFrame3  
Public Eje_m As Direct3DRMMeshBuilder3
```

```
Public Viga As Direct3DRMFrame3  
Public Viga_m As Direct3DRMMeshBuilder3
```

```
Public TapaAlambre As Direct3DRMFrame3  
Public TapaAlambre_m As Direct3DRMMeshBuilder3
```

```
Public Tope As Direct3DRMFrame3  
Public Tope_m As Direct3DRMMeshBuilder3
```

```
Public motor As Direct3DRMFrame3  
Public motor_m As Direct3DRMMeshBuilder3
```

```
Public reductor As Direct3DRMFrame3  
Public reductor_m As Direct3DRMMeshBuilder3
```

```
Public Encoder As Direct3DRMFrame3  
Public Encoder_m As Direct3DRMMeshBuilder3
```



```

Public anguloCero As Double
Public X As Double

'-----
Public Const deg2rad = 3.1416 / 180
Public Const rad2deg = 180 / 3.1416
Public Const rads2rpm = 60 / 6.2832
'-----

Public ActivadoMouseDown As Boolean
Public camara As Direct3DRMFrame3
Public BolaViga As Direct3DRMFrame3
Public movsi As Integer
Public m_bMouseDown As Boolean
Public roty As Integer
Dim m_lastX As Integer
Dim m_lastY As Integer
Dim delta_last As Integer

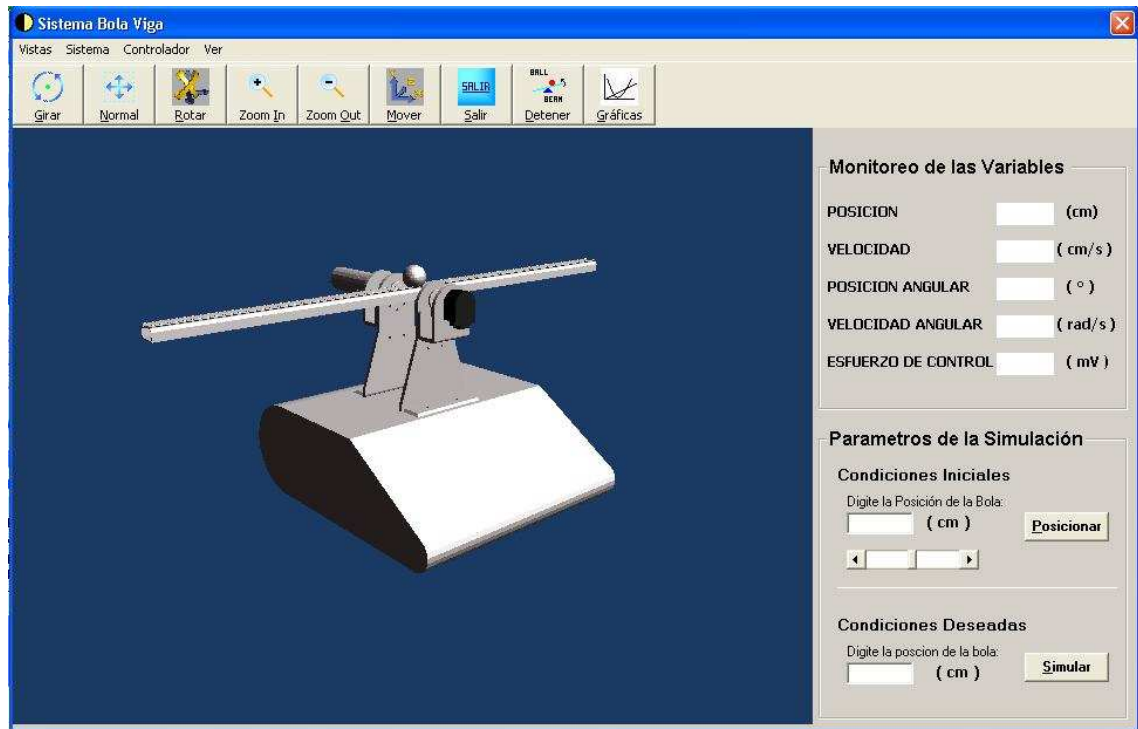
'-----

Public Sub RotateTrackBall(X As Integer, Y As Integer)
    Dim delta_x As Single, delta_y As Single
    Dim delta_r As Single, radius As Single, denom As Single, angle As Single
    Dim delta As Single
    ' rotation axis in camcoords, worldcoords, sframecoords
    Dim axisC As D3DVECTOR
    Dim wc As D3DVECTOR
    Dim axisS As D3DVECTOR
    Dim Base As D3DVECTOR
    Dim origin As D3DVECTOR
    delta_x = X - m_lastX
    delta_y = Y - m_lastY
    m_lastX = X
    m_lastY = Y
    delta_r = Sqr(delta_x * delta_x + delta_y * delta_y)
    radius = 50
    denom = Sqr(radius * radius + delta_r * delta_r)
    If (delta_r = 0 Or denom = 0) Then Exit Sub
    angle = (delta_r / denom)
    axisC.X = (-delta_y / delta_r)
    axisC.Y = (-delta_x / delta_r)
    axisC.Z = 0
    frmSimulacion.Area.CameraFrame.Transform wc, axisC
    BolaViga.InverseTransform axisS, wc
    frmSimulacion.Area.CameraFrame.Transform wc, origin
    BolaViga.InverseTransform Base, wc
    axisS.X = axisS.X - Base.X
    axisS.Y = axisS.Y - Base.Y
    axisS.Z = axisS.Z - Base.Z
    axisS.X = axisS.X * roty
    axisS.Z = axisS.Z * roty
    BolaViga.AddRotation D3DRMCOMBINE_BEFORE, axisS.X, axisS.Y, axisS.Z, angle
End Sub

```



Una vez implementado el código de la interfaz principal y el anterior código referente al modulo el software lucirá como lo muestra la figura.



Adicional a lo anterior el diseño del software cuenta dos formularios más que permite modificar parámetros del sistema y visualizar las graficas de las variables de estado.

Diseño de la interfaz parámetros del sistema

**Parámetros del sistema**

**Motor** | **Controlador 1** | **Controlador 2** | **Controlador 3** | **Controlador 4** | **Bola - Viga**

Guadancia Planificada

Parámetros del Motor

Constante de Torque (Kt)	0.0242	Nm/A	Constante de Velocidad (Kv)	0.0242	V/rad/s
Resistencia Armadura (Ra)	2.21	ohm	Inercia del Rotor (J)	39.7e-7	Kgm <sup>2</sup>
Indice de Reducción	18		Inercia del Reductor	8e-8	Kgm <sup>2</sup>

☒ Valores por Defecto ☐ Cambiar Valores

Aceptar Aplicar Cancelar

Detrás de este formulario esta escrito el siguiente código, cabe destacar para tener en cuenta que en el diseño de este formulario existen 6 frames uno por cada pestaña sobrepuestos entre si, la idea es que cada vez que el usuario de click en cada una de las pestañas el frame que corresponda a la pestaña aparecerá para estar disponible al usuario.

```
Private Sub Command1_Click()  
Form1.Visible = False  
End Sub
```

---

```
Private Sub Command2_Click()  
Command2.Enabled = False  
Command1.Enabled = True  
End Sub
```

---

```
Private Sub Command3_Click()  
Form1.Visible = False  
End Sub
```

---

```
Private Sub Form_Load()  
Frame1.Visible = True  
Frame2.Visible = False  
Frame3.Visible = False  
Frame4.Visible = False  
Frame5.Visible = False  
Frame6.Visible = False
```

```
End Sub
```

---

```
Private Sub Option1_Click()  
If Option1.Value = True Then  
Text1.Enabled = False  
Text2.Enabled = False  
Text3.Enabled = False  
Text4.Enabled = False  
Text5.Enabled = False
```

```
Text1.Text = 30.6463  
Text2.Text = 20.9558  
Text3.Text = 38.1439  
Text4.Text = 4.1222  
Text5.Text = -12.7377  
End If  
End Sub
```

---

```
If Option10.Value = True Then
Text31.Enabled = True
Text33.Enabled = True
Text34.Enabled = True
Text35.Enabled = True
Text36.Enabled = True
End If
End Sub
```

---

```
Private Sub Option11_Click()
If Option11.Value = True Then
Text37.Enabled = False
Text38.Enabled = False
Text39.Enabled = False
Text40.Enabled = False
Text50.Enabled = False
Text51.Enabled = False
```

```
Text37.Text = 0.0242
Text38.Text = 0.0242
Text39.Text = 2.21
Text40.Text = "39.7e-7"
Text50.Text = 18
Text51.Text = "8e-8"
End If
End Sub
```

---

```
Private Sub Option12_Click()
If Option12.Value = True Then
Text37.Enabled = True
Text38.Enabled = True
Text39.Enabled = True
Text40.Enabled = True
Text50.Enabled = True
Text51.Enabled = True
End If
End Sub
```

```
Private Sub Option2_Click()  
If Option2.Value = True Then  
Text1.Enabled = True  
Text2.Enabled = True  
Text3.Enabled = True  
Text4.Enabled = True  
Text5.Enabled = True  
End If  
End Sub
```

---

```
Private Sub Option3_Click()  
If Option3.Value = True Then  
Text10.Enabled = False  
Text9.Enabled = False  
Text8.Enabled = False  
Text7.Enabled = False  
Text30.Enabled = False
```

```
Text10.Text = 17.9406  
Text9.Text = 17.4452  
Text8.Text = 35.4008  
Text7.Text = 4.0695  
Text30.Text = 14.6557  
End If  
End Sub
```

---

```
Private Sub Option4_Click()  
If Option4.Value = True Then  
Text10.Enabled = True  
Text9.Enabled = True  
Text8.Enabled = True  
Text7.Enabled = True  
Text30.Enabled = True  
End If  
End Sub
```

---

```

Private Sub Option5_Click()
If Option3.Value = True Then
Text6.Enabled = False
Text11.Enabled = False
Text12.Enabled = False
Text13.Enabled = False
Text14.Enabled = False

Text6.Text = 84.3647
Text11.Text = 0
Text12.Text = -29.2824
Text13.Text = 0
Text14.Text = 30.6463

Text15.Enabled = False
Text16.Enabled = False
Text17.Enabled = False
Text18.Enabled = False
Text19.Enabled = False

Text15.Text = 3.9068
Text16.Text = 0
Text17.Text = 1.4096
Text18.Text = 0
Text19.Text = 20.9558

Text20.Enabled = False
Text21.Enabled = False
Text22.Enabled = False
Text23.Enabled = False
Text24.Enabled = False

Text20.Text = 0.8115
Text21.Text = 0
Text22.Text = 12.4541
Text23.Text = 0
Text24.Text = 38.1439

Text25.Enabled = False
Text41.Enabled = False
Text42.Enabled = False
Text43.Enabled = False
Text44.Enabled = False

Text25.Text = -0.2655
Text41.Text = 0
Text42.Text = 3.3329
Text43.Text = 0
Text44.Text = 4.1222

Text45.Enabled = False
Text46.Enabled = False
Text47.Enabled = False
Text48.Enabled = False
Text49.Enabled = False

Text45.Text = 0
Text46.Text = 0
Text47.Text = 0
Text48.Text = 0
Text49.Text = -12.7377
End If
End Sub

```

```
Private Sub Option6_Click()  
If Option6.Value = True Then  
Text6.Enabled = True  
Text11.Enabled = True  
Text12.Enabled = True  
Text13.Enabled = True  
Text14.Enabled = True  
  
Text15.Enabled = True  
Text16.Enabled = True  
Text17.Enabled = True  
Text18.Enabled = True  
Text19.Enabled = True  
  
Text20.Enabled = True  
Text21.Enabled = True  
Text22.Enabled = True  
Text23.Enabled = True  
Text24.Enabled = True  
  
Text25.Enabled = True  
Text41.Enabled = True  
Text42.Enabled = True  
Text43.Enabled = True  
Text44.Enabled = True  
  
Text45.Enabled = True  
Text46.Enabled = True  
Text47.Enabled = True  
Text48.Enabled = True  
Text49.Enabled = True  
  
End If  
End Sub
```

---



```
If Option7.Value = True Then
Text26.Enabled = False
Text27.Enabled = False
Text28.Enabled = False
Text29.Enabled = False
```

```
Text26.Text = 8.8281
Text27.Text = 6.1532
Text28.Text = 19.797
Text29.Text = 2.3066
End If
End Sub
```

---

```
Private Sub Option8_Click()
If Option8.Value = True Then
Text26.Enabled = True
Text27.Enabled = True
Text28.Enabled = True
Text29.Enabled = True
End If
End Sub
```

---

```
Private Sub Option9_Click()
If Option9.Value = True Then
Text31.Enabled = False
Text33.Enabled = False
Text34.Enabled = False
Text35.Enabled = False
Text36.Enabled = False
```

```
Text31.Text = 0.845
Text33.Text = 0.066
Text34.Text = 0.26069
Text35.Text = 0.0127
Text36.Text = -9.81
End If
End Sub
```

---



```

Private Sub tabRTF_Click()

    If tabRTF.SelectedItem.Index = 1 Then
        Frame1.Visible = True
        Frame2.Visible = False
        Frame3.Visible = False
        Frame4.Visible = False
        Frame5.Visible = False
        Frame6.Visible = False
    End If

    If tabRTF.SelectedItem.Index = 2 Then
        Frame1.Visible = False
        Frame2.Visible = True
        Frame3.Visible = False
        Frame4.Visible = False
        Frame5.Visible = False
        Frame6.Visible = False
    End If

    If tabRTF.SelectedItem.Index = 3 Then
        Frame1.Visible = False
        Frame2.Visible = False
        Frame3.Visible = True
        Frame4.Visible = False
        Frame5.Visible = False
        Frame6.Visible = False
    End If

    If tabRTF.SelectedItem.Index = 4 Then
        Frame1.Visible = False
        Frame2.Visible = False
        Frame3.Visible = False
        Frame4.Visible = True
        Frame5.Visible = False
        Frame6.Visible = False
    End If

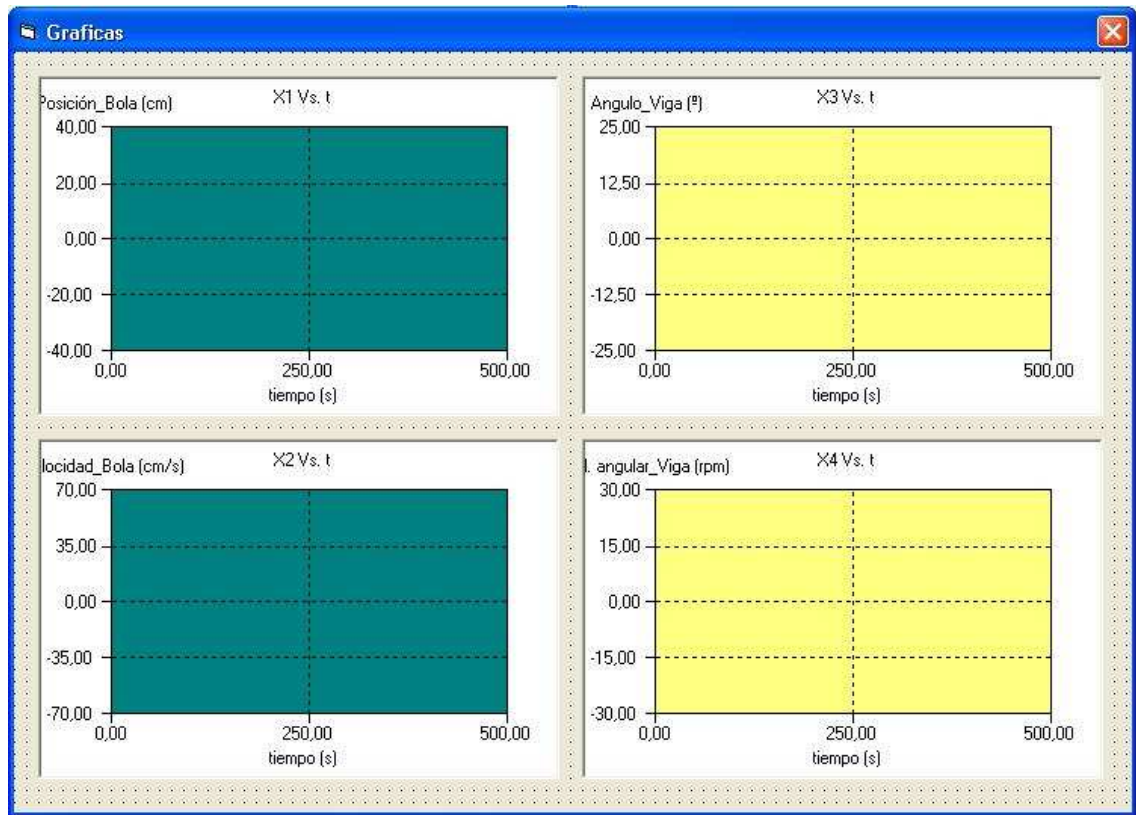
    If tabRTF.SelectedItem.Index = 5 Then
        Frame1.Visible = False
        Frame2.Visible = False
        Frame3.Visible = False
        Frame4.Visible = False
        Frame5.Visible = True
        Frame6.Visible = False
    End If

    If tabRTF.SelectedItem.Index = 6 Then
        Frame1.Visible = False
        Frame2.Visible = False
        Frame3.Visible = False
        Frame4.Visible = False
        Frame5.Visible = False
        Frame6.Visible = True
    End If

End Sub

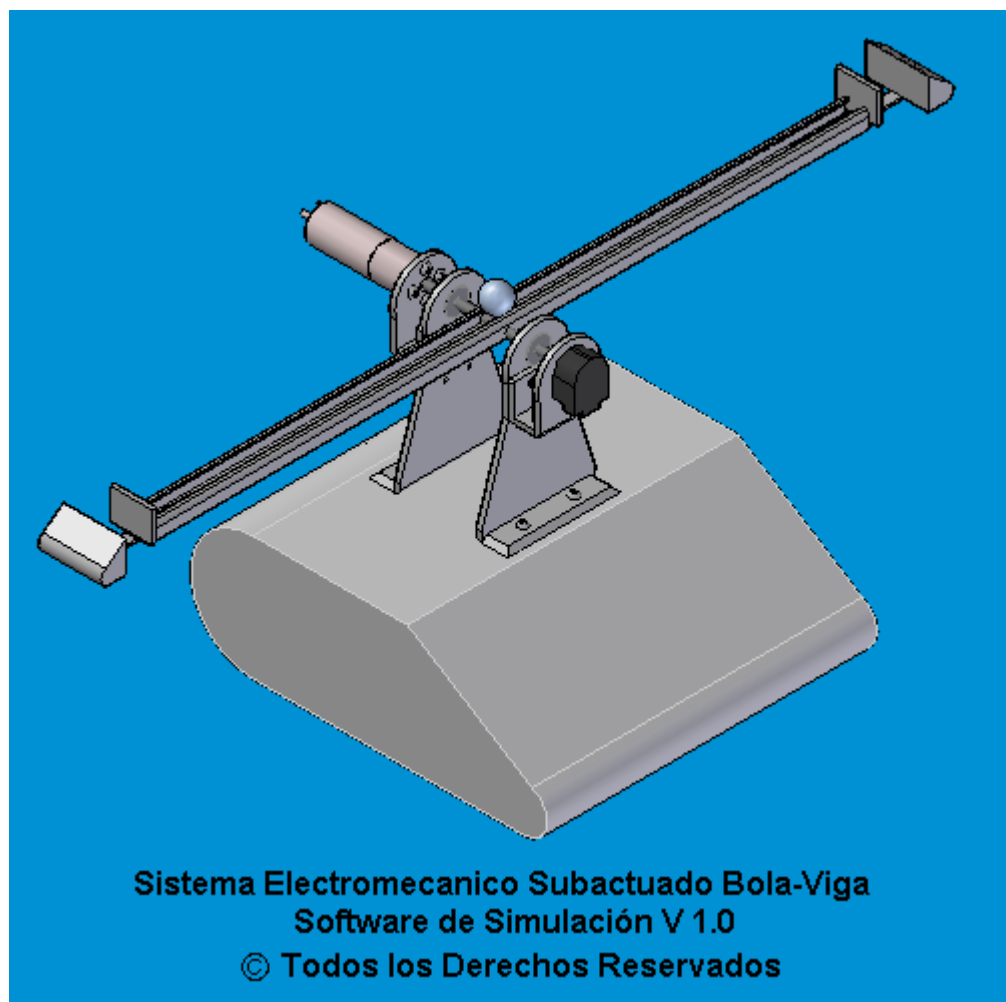
```

## Diseño de la Interfaz de las graficas



Detrás de este formulario no existe código ya que el código para graficar en los scope fue codificado en el formulario principal y el llamado a este formulario es a través de la barra de herramientas o del menú de la interfaz principal también.

## **Anexo D. Manual de usuario del software de simulación**



Este manual le enseñara como manejar el software de simulación para que realice sus practicas de control de forma virtual antes de probar sus controladores de forma real.

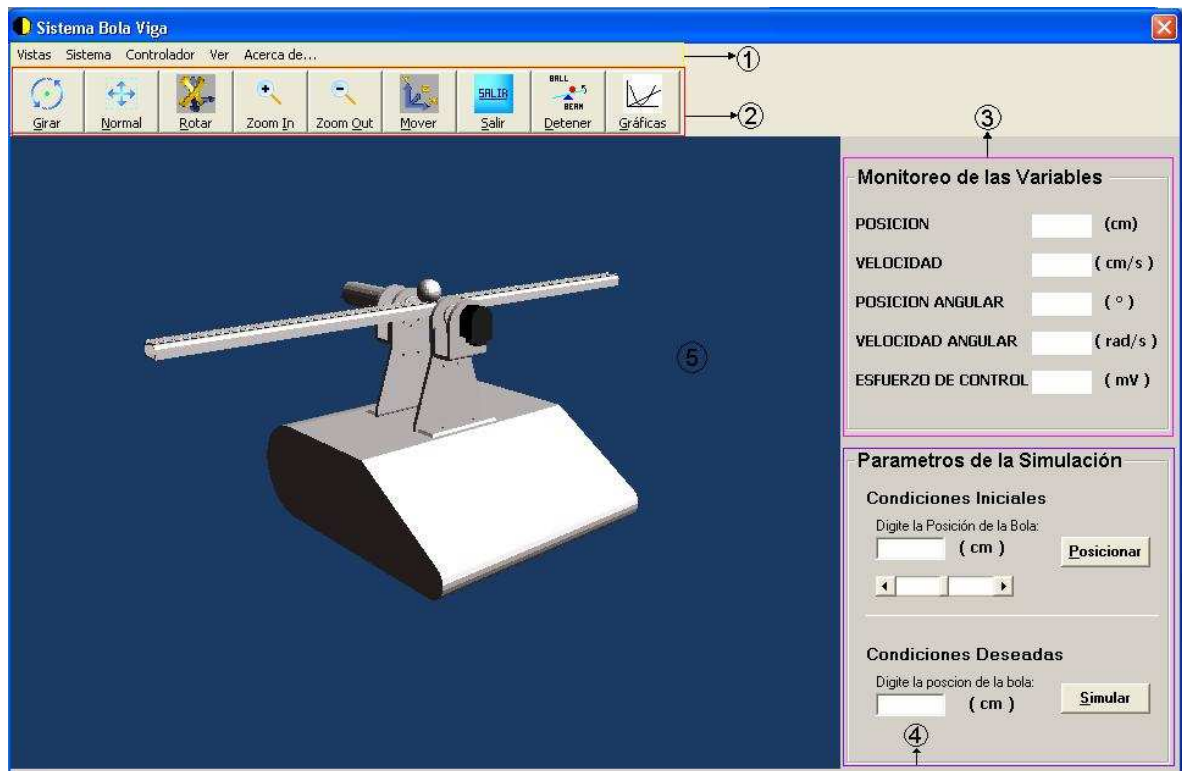


## Índice

1. Componentes de la interfaz principal.
2. Manipulación del prototipo virtual.
3. Tipos de visualización del prototipo.
4. Selección del controlador.
5. Animación de la acción del controlador.
6. Visualización de las graficas correspondientes a las variables de estado.
7. Introducción de perturbaciones.
8. Cambiando parámetros del sistema.

## 1. Componentes de la interfaz principal

Es muy importante reconocer las partes de la interfaz principal porque es en ella donde se accede a cada función que posee el software. La siguiente ilustración muestra el nombre de cada parte de la interfaz principal



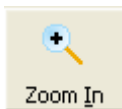
1. Barra de Menú
2. Barra de Herramientas
3. Recuadro de monitoreo (Visualización numérica las variables de estado)
4. Recuadro de simulación
5. Área de trabajo (ambiente tridimensional del prototipo virtual)

## 2. Manipulación del prototipo virtual

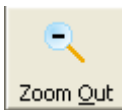
Diríjase a la barra de herramientas y de click en cualquier botón con el que desee manipular el objeto tridimensional, las opciones de manipulación son.



*Girar.* Una vez con un click halla activado esta opción a continuación podrá ubicar el puntero en el área de trabajo y con click sostenido se realizara el giro del prototipo sobre el eje z.



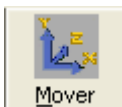
*Zoom in.* Una vez con un click halla activado esta opción a continuación podrá ubicar el puntero en el área de trabajo y con click sostenido realizar un aumento del enfoque de la cámara sobre el prototipo.



*Zoom out.* Una vez con un click halla activado esta opción a continuación podrá ubicar el puntero en el área de trabajo y con click sostenido realizar una disminución del enfoque de la cámara sobre el prototipo.



*Rotar.* Una vez con un click halla activado esta opción a continuación podrá ubicar el puntero en el área de trabajo y con click sostenido realizar la rotación por cualquier ángulo del prototipo para visualizar otros detalles.



*Mover.* Una vez con un click halla activado esta opción a continuación podrá ubicar el puntero en el área de trabajo y con click sostenido realizar mover por todo el espacio tridimensional el prototipo.

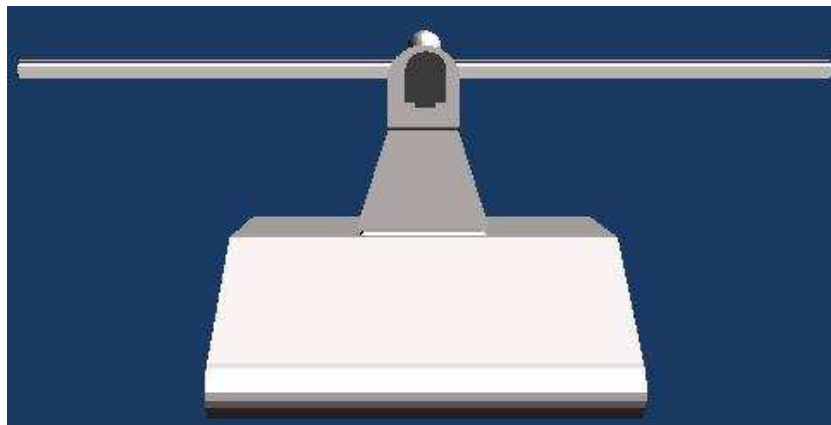


*Normal.* Este botón le permitirá restaurar el prototipo de todas las manipulaciones realizadas permitiendo enfocar la cámara la vista isométrica por defecto cuando el software es abierto.

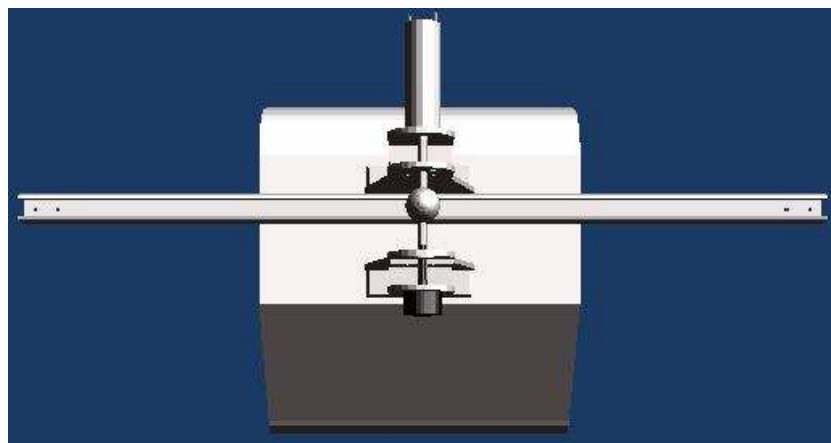
### 3. Tipos de visualización del prototipo

Ya se vio como manipular el prototipo virtual y con botones como rotar y girar se puede visualizar el prototipo desde otros ángulos pero el software tiene unas opciones que le permitirá de manera automática visualizar el prototipo de 4 típicas formas.

*Vista frontal.* Al activar esta función se podrá visualizar el prototipo frente como lo muestra la siguiente figura.

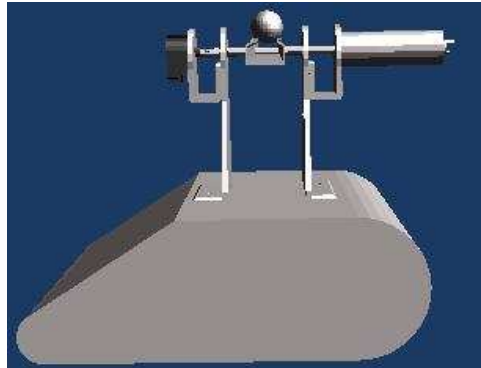


*Vista superior.* Al activar esta función se podrá visualizar el prototipo por encima como lo muestra la siguiente figura.

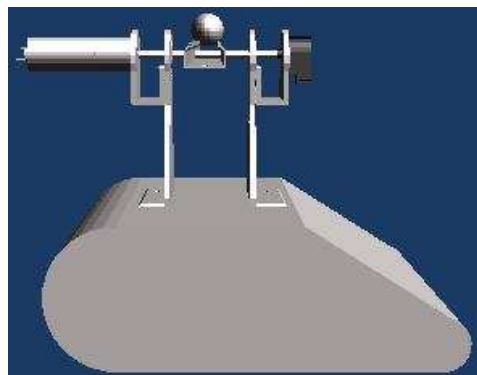




*Vista lateral derecha.* Al activar esta función se podrá visualizar el prototipo por el lado derecho como lo muestra la siguiente figura.



*Vista lateral izquierda.* Al activar esta función se podrá visualizar el prototipo por el lado izquierdo como lo muestra la siguiente figura.



Para poder visualizar automáticamente cualquiera de estas cuatro vistas diríjase a la barra de menú y en el menú vistas seleccione la vista deseada como lo muestra la figura.



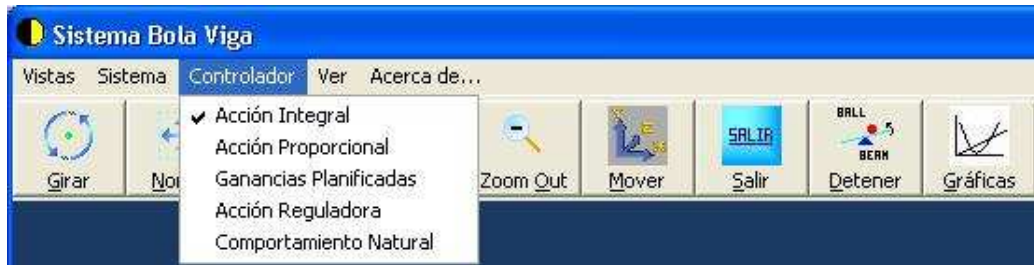
#### 4. Selección del controlador

El software posee la opción para que el usuario elija con que controlador realizara la simulación. Los controladores son los siguientes.

- Acción integral
- Acción proporcional
- Ganancias planificadas
- Acción reguladora

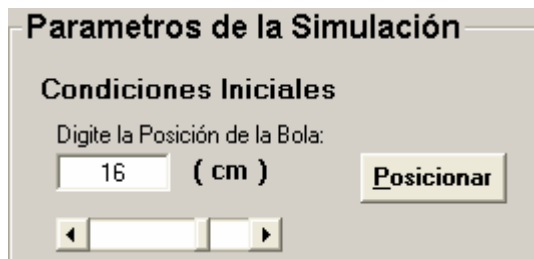
Si el usuario desea puede realizar la animación sin controlador para observar el comportamiento natural e inestable del sistema seleccionando la opción comportamiento natural.

Para activar algún controlador o el comportamiento natural dirijase a la barra de menú en el menú controladores y seleccione cualquiera como lo muestra la figura



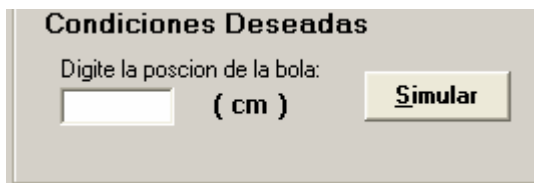
## 5. Animación de la acción del controlador

Una vez se halla escogido el controlador que va a actuar, diríjase al frame o recuadro de simulación de la interfaz principal e inicialmente si lo desea puede digitar directamente en la caja de texto y dar clic en el botón posicionar o con la ayuda del scrooll bar (barra de desplazamiento) ubicar la bola en cualquier lugar de la viga como condición inicial como lo muestra la figura.



The image shows a software window titled "Parametros de la Simulación". Inside, there is a section titled "Condiciones Iniciales". Below this title, it says "Digite la Posición de la Bola:". There is a text input field containing the number "16", followed by the text "( cm )". To the right of the input field is a button labeled "Posicionar". Below the input field and button is a horizontal scrollbar.

Después de dar la condición inicial y dentro del mismo frame o recuadro de simulación digite en la caja de texto la condición deseada y luego de clic en el botón simular como lo indica la figura.



The image shows a software window titled "Condiciones Deseadas". Inside, it says "Digite la poscion de la bola:". There is a text input field, followed by the text "( cm )". To the right of the input field is a button labeled "Simular".

Con estos dos pasos ya se podrá ejecutar la animación y se puede comprobarlo mediante el software

## 6. Visualización de las graficas correspondientes a las variables de estado

Luego de haber simulado un controlador puede probar con otro controlador o simular el modo natural, lo importante es que aparte de visualizar los valores numéricos de las variables de estado en el recuadro de monitoreo el software posee la opción de visualizar la evolución de las variables de estado graficándolas respecto al tiempo, para ello en la barra de herramientas de clic sobre el botón graficas como lo muestra la figura.



Esta opción también se encuentra en el menú ver como lo muestra la siguiente figura.



## 7. Introducción de perturbaciones

Una vez realizada la animación y controlada la posición de la bola el software a través de su algoritmo interno posee la opción de reaccionar ante perturbaciones, esto se logra simplemente posicionando la bola en otra parte de la viga distinta a la que se encuentra como condición de control o condición deseada. Para ello simplemente repita el primer paso del inciso quinto y observara que el software posicionara otra vez la bola en la condición deseada o de control a menos que esta cambie.

## 8. Cambiando parámetros del sistema

Esta última parte del manual le indicara como cambiar los parámetros físicos del sistema Bola-Viga como la masa del bola, la gravedad e incluso parámetros del motor como la resistencia de armadura, constante de velocidad etc. Y también le permitirá cambiar parámetros de los controladores implementados como las ganancias de realimentación del estado o los coeficientes de los polinomios del controlador de ganancias planificadas.

Para acceder a esta opción dirijase al menú sistema y elija parámetros como lo muestra la figura.



A continuación se mostrara la siguiente ventana

A screenshot of a software window titled 'Parámetros del sistema'. The window has a blue title bar and a close button. Inside, there are tabs for 'Motor', 'Controlador 1', 'Controlador 2', 'Controlador 3', 'Controlador 4', and 'Bola - Viga'. The 'Motor' tab is selected. Below the tabs, there is a section titled 'Seguidor de Referencia Por Acción Integral'. It contains five input fields for K1, K2, K3, K4, and Ki, with values 30.646, 20.955, 38.143, 4.1222, and -12.73 respectively. Below these fields, there is a text box labeled 'Ley de Control:' containing the equation 
$$U = - K1 \cdot X1 - K2 \cdot X2 - K3 \cdot X3 - K4 \cdot X4 - Ki \cdot [ref - X1^{2/2}]$$
. At the bottom of the window, there are three buttons: 'Aceptar', 'Aplicar', and 'Cancelar'. There are also two radio buttons labeled 'Valores por Defecto' and 'Cambiar Valores', with 'Valores por Defecto' selected.

En la figura anterior existen 6 pestañas, cuatro son referentes a los cuatro controladores implementados dentro del software con sus respectivos parámetros y dos corresponden a parámetros físicos del sistema Bola-Viga y del motor, lo importante es que en cada pestaña se puede modificar los parámetros, con el fin de probar las ganancias de realimentación del estado calculadas a partir de otros parámetros del sistema Bola-Viga.

Para modificar algún parámetro simplemente da clic en la opción cambiar valores y procede a modificar el valor de la caja de texto correspondiente al parámetro que desees cambiar y si desees dejar los valores que por defecto encuentras da clic en la opción valores por defecto.

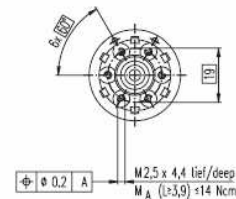
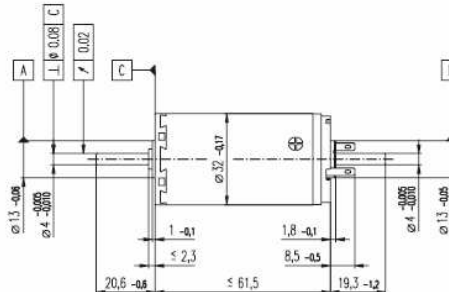
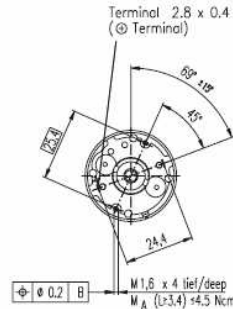
Para asentar cualquiera de las dos opciones da clic en el botón aplicar y posteriormente en el botón aceptar, si das clic en cancelar todo queda con los valores por defecto.

Después de modificar los parámetros puedes simular el sistema y observa los resultados.

## **Anexo E. Datasheet del motoreductor**

# A-max 32 Ø32 mm, Graphite Brushes, 20 Watt

HighPower



M 1:2

- Stock program
- Standard program
- Special program (on request)

## Order Number

236666 236667 236668 236669 236670 236671 236672

## Motor Data

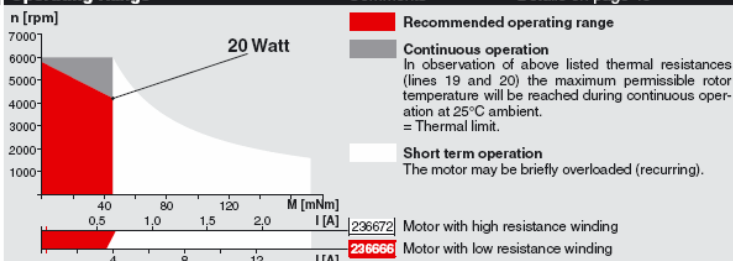
		236666	236667	236668	236669	236670	236671	236672
1 Assigned power rating	W	20	20	20	20	20	20	20
2 Nominal voltage	Volt	6.0	9.0	12.0	24.0	30.0	36.0	42.0
3 No load speed	rpm	4790	4920	4610	6420	6130	5820	5620
4 Stall torque	mNm	121	130	131	206	194	187	178
5 Speed / torque gradient	rpm / mNm	41.0	39.0	36.0	31.7	32.1	31.6	32.1
6 No load current	mA	242	165	115	81	62	49	40
7 Starting current	mA	10500	7670	5430	5860	4220	3220	2530
8 Terminal resistance	Ohm	0.573	1.17	2.21	4.09	7.11	11.2	16.6
9 Max. permissible speed	rpm	6000	6000	6000	6000	6000	6000	6000
10 Max. continuous current	mA	3610	2520	1840	1350	1020	817	671
11 Max. continuous torque	mNm	41.7	42.7	44.5	47.3	47.1	47.5	47.1
12 Max. power output at nominal voltage	mW	14100	16000	15300	33900	30500	28000	25700
13 Max. efficiency	%	69	71	72	77	77	77	76
14 Torque constant	mNm / A	11.5	17.0	24.2	35.1	46.0	58.1	70.2
15 Speed constant	rpm / V	827	563	394	272	208	164	136
16 Mechanical time constant	ms	18	16	15	14	14	14	14
17 Rotor inertia	gcm <sup>2</sup>	42.4	39.0	39.7	43.0	41.9	42.2	41.3
18 Terminal inductance	mH	0.06	0.13	0.26	0.55	0.95	1.52	2.21
19 Thermal resistance housing-ambient	K / W	7.5	7.5	7.5	7.5	7.5	7.5	7.5
20 Thermal resistance rotor-housing	K / W	2.1	2.1	2.1	2.1	2.1	2.1	2.1
21 Thermal time constant winding	s	17	16	16	17	17	17	17

## Specifications

- Axial play 0.12 - 0.22 mm
- Max. ball bearing loads
  - axial (dynamic) 7.6 N
  - radial (5 mm from flange) 32.0 N
  - Force for press fits (static) 110 N
  - (static, shaft supported) 2000 N
- Max. sleeve bearing loads
  - axial (dynamic) 5 N
  - radial (5 mm from flange) 10.5 N
  - Force for press fits (static) 110 N
  - (static, shaft supported) 2000 N
- Radial play ball bearing 0.025 mm
- Radial play sleeve bearing 0.012 mm
- Ambient temperature range -20 ... +85°C
- Max. rotor temperature +125°C
- Number of commutator segments 13
- Weight of motor 242 g
- 2 pole permanent magnet
- Values listed in the table are nominal. For applicable tolerances see page 43. For additional details please use the maxon selection program on the enclosed CD-ROM.

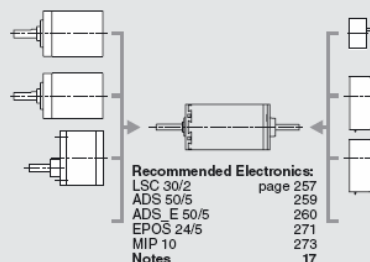
- Options: Sleeve bearings in place of ball bearings and pigtails in place of terminals.

## Operating Range



## maxon Modular System

- Planetary Gearhead
  - Ø32 mm
  - 0.75 - 4.5 Nm
  - Details page 219
- Planetary Gearhead
  - Ø32 mm
  - 1.0 - 6.0 Nm
  - Details page 221
- Spur Gearhead
  - Ø38 mm
  - 0.1 - 0.6 Nm
  - Details page 223

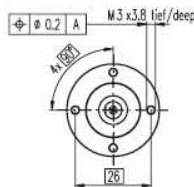


## Overview on page 17 - 21

- Encoder MR 258 - 1024 CPT, 3 channels, Details page 239
- Encoder HEDS 5540 500 CPT, 3 channels, Details page 243
- Encoder HEDL 5540 500 CPT, 3 channels, Details page 245



### Ceramic Version



### Technical Data

Low-noise version upon request

maxon gear

April 2005 edition / subject to change

## **Anexo F. Datasheet del encoder inteligente**

# 601-1045

Spectrol

## Full 360° Smart Position Sensor



### FEATURES

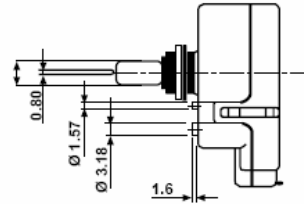
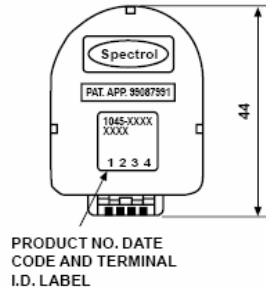
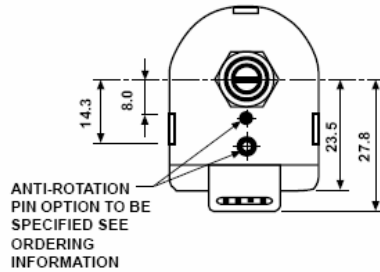
- Ratiometric output over 360° range with no dead band
- Self-contained package not requiring external electronic interface
- Angular response 50μ secs
- Reverse polarity protection
- Absolute and non volatile positioning output

The model 601-1045 represents a new generation of Smart Sensors. This unique electronic device is a self-contained package which provides an analogue electrical output over a full 360° without the need of external electronics. The low power consumption and non-volatile output makes this universal sensor the real cost-effective alternative to encoders. It's versatile design makes it suitable for a variety of industries and applications, such as CCTVs, Medical Instruments, Robotic arm control, CNC machinery, Rotational control systems, Pick n' place machines and Angular feedback applications.

STANDARD ELECTRICAL SPECIFICATIONS		MECHANICAL SPECIFICATIONS	
PARAMETER		Rotation	360° continuous
Supply	4.5 to 5.5VDC	Rotational Speed	5 maximum revs/sec (duration 60 secs)
Supply Current	20mA maximum	Operating Torque Maximum	3.68 (0.5) mNm (oz in)
Absolute Maximum Supply	6V	Weight	30g
Independant Linearity	± 1% Typical		
Resolution	Resolves down to a minimum of 0.5°		
Electrical Track	360° continuous		
Analogue Voltage Output	Not less than 90% of supply (ratiometric) - see graphs on next page		
Output Ramp Slope	Electrically switchable - see graphs below		
Output Impedance	1Ω typical		
Temperature Characteristic	±1° max. over - 40/+ 70°C		
Insulation Resistance	1000MΩ minimum		
Dielectric Strength	1000V <sub>RMS</sub> , 50/60Hz		

ENVIRONMENTAL SPECIFICATIONS	
Operating Life	5,000,000 Cycles
Operating Temp. Range	- 40°C to + 70°C
Storage Temp. Range	-40°C to + 105°C
Sealing	IP54

ORDERING INFORMATION			
601-1045 MODEL	XXXX STANDARD CONFIGURATION CODE		
Example: 601 - 1045 - XXXX	PRODUCT NUMBER	ø 1.57 PIN	ø 3.18 PIN
	0000	Yes	Yes
	0001	Yes	-
	0002	-	Yes
	0003	-	Yes

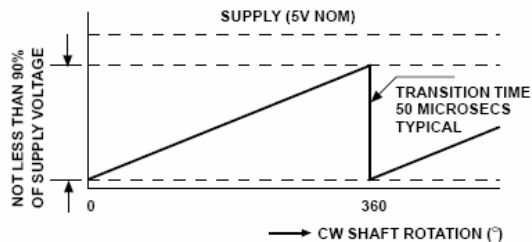
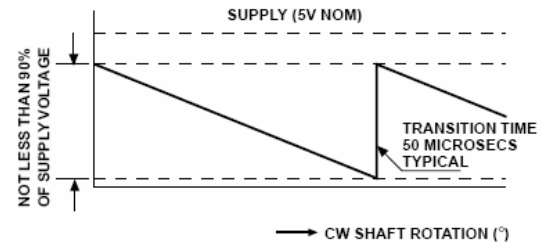
**DIMENSIONS** in millimeters

PIN CONNECTIONS	FUNCTION
1 + 5V	Supply
2 0V	
3 Output	O/P Voltage
4 Direction	Ramp Polarity

MATERIAL SPECIFICATIONS	
Housing	Plastic
Bushing	Brass, nickel plated
Shaft	Stainless steel
Pin Terminal Connector	Gold Plated
Output Connection	Pin header to suit IDC connectors. e.g. Panduit C100 - F22 and Molex 7880
Bushing Mount Hardware	
Lock Washer, Internal Tooth	Steel, nickel plated
Panel Nut	Brass, nickel plated



CABLE ASSEMBLY FOR CONNECTION	
Part Number	601-1056-0000
Description	Molex KK
	4-way crimp connector
	4 wire (250mm)

**DEFAULT OUTPUT** [Terminal #4 Open-Circuit]**REVERSE SLOPE** [Terminal #4 Connected to 0V]

## **Anexo G. Códigos en matlab para el cálculo de los parámetros de los controladores**

## CODIGO EN MATLAB PARA EL REGULADOR POR REALIMENTACION DEL ESTADO USANDO ASIGNACIÓN DE POLOS Y LQR

```

syms x1 x2 x3 x4 u m g Jb Jv r Ra Kt Ke Kg s z
A=jacobian([x2;(m*x1*x4^2-m*g*sin(x3))/(m+Jb/(r^2));x4;(((Kg*Kt)/(Ra))*u-m*g*x1*cos(x3)-2*m*x1*x2*x4-(Kt*Ke*x4)/(Ra))/(Jv+m*x1^2)], [x1,x2,x3,x4])
B=jacobian([x2;(m*x1*x4^2-m*g*sin(x3))/(m+Jb/(r^2));x4;(((Kg*Kt)/(Ra))*u-m*g*x1*cos(x3)-2*m*x1*x2*x4-(Kt*Ke*x4)/(Ra))/(Jv+m*x1^2)], [u]);
C=[1 0 0 0];
D=0;

x1=0;
x2=0;
x3=0;
x4=0;
u=0;

A=subs(A);
B=subs(B);

%***Parametros del BolaViga *****

m = 0.066;           % Kg
r = 0.0127;          % m
g = -9.81;           % m/s^2
M = 0.26069;         % Kg
L = 0.845;           % m
Jb = (2/5)*m*r^2;    % Kg.m^2
Jv = (1/12)*M*L^2;   % Kg.m^2
%*****

%***Parametros del Motor Maxon A-max 32 236668 con reductor Planetario GP 32 C *****

Kt=0.0242;           % Nm/A
Ke=0.0242;           % V/(rad/s)
Ra=2.21;              % ohmios
Kg=18;                % adimensional
J=3.22e-6;            % Kg.m^2
%*****

%***** Modo Continuo *****

A=subs(A);
B=subs(B);

Sysc=ss(A,B,C,D);

%***Matrices de diseño para el LQR*****

Q=[8.16 0 0 0;0 6.25 0 0;0 0 11.11 0;0 0 0 0.44];
R=0.04;
Klqr=lqr(A,B,Q,R)

%*****

%***Asignacion de Polos*****

Polosdes=[-0.8000 + 0.6000i -0.8000 - 0.6000i -8 -8];
Polosdes=[-1.3333 + 1.0000i -1.3333 - 1.0000i -13.33 -13.33];
Ks=acker(A,B,Polosdes)

```

# CODIGO EN MATLAB PARA EL SEGUIDOR DE REFERENCIAS CON ACCIÓN INTEGRAL POR REALIMENTACION DEL ESTADO USANDO ASIGNACIÓN DE POLOS Y LQR

```

syms x1 x2 x3 x4 u m g Jb Jv r Ra Kt Ke Kg s z
A=jacobian([x2; (m*x1*x4^2-m*g*sin(x3))/(m+Jb/(r^2));x4; ((Kg*Kt)/(Ra))*u-m*g*x1*cos(x3)-2*m*x1*x2*x4-(Kt*Ke*x4)/(Ra))/(Jv+m*x1^2)], [x1,x2,x3,x4])
B=jacobian([x2; (m*x1*x4^2-m*g*sin(x3))/(m+Jb/(r^2));x4; ((Kg*Kt)/(Ra))*u-m*g*x1*cos(x3)-2*m*x1*x2*x4-(Kt*Ke*x4)/(Ra))/(Jv+m*x1^2)], [u]);
C=[1 0 0 0];
D=0;

x1=0;
x2=0;
x3=0;
x4=0;
u=0;

A=subs(A);
B=subs(B);

%****Parametros del BolaViga ****
m = 0.066;           % Kg
r = 0.0127;          % m
g = -9.81;           % m/s^2
M = 0.26069;         % Kg
L = 0.845;           % m
Jb = (2/5)*m*r^2;    % Kg.m^2
Jv = (1/12)*M*L^2;   % Kg.m^2
%*****

%****Parametros del Motor Maxon A-max 32 236668 con reductor Planetario GP 32 C ****
Kt=0.0242;           % Nm/A
Ke=0.0242;           % V/(rad/s)
Ra=2.21;              % ohmios
Kg=18;                % adimensional
J=3.22e-6;           % Kg.m^2
%*****

%****Matrices de diseño para el LQR*****
Qaum=[8.16 0 0 0 0;0 6.25 0 0 0;0 0 11.11 0 0;0 0 0 0.44 0;0 0 0 0 6.49];
R=0.04;
%*****

%***** Modo Continuo por asignacion de polos*****

A=subs(A);
B=subs(B);

Sysc=ss(A,B,C,D);
[Abs,Bss,Css,Dss]=LINMOD('ModeloBallBeam')
Aaum=[A zeros(4,1):-C 0];
Baum=[B;0];
%Polosdesaum=[-1.3333 + 1.0000i -1.3333 - 1.0000i -13.33 -13.33 -13.33];
Polosdesaum=[-0.8000 + 0.6000i -0.8000 - 0.6000i -8 -8 -8];
Ksap=acker(Aaum,Baum,Polosdesaum)
Kp=Ksap(1:1,1:4);
Ki=Ksap(1:1,5:5);

Kslqr=lqr(Aaum,Baum,Qaum,R)
Kplqr=Kslqr(1:1,1:4);
Kilqr=Kslqr(1:1,5:5);

```

# CODIGO EN MATLAB PARA EL SEGUIDOR DE REFERENCIAS CON ACCIÓN INTEGRAL POR GANANCIAS PLANIFICADAS USANDO LQR

```

syms x1 x2 x3 x4 u m g Jb Jv r Ra Kt Ke Kg s z
A=jacobian([x2; (m*x1*x4^2-m*g*sin(x3))/(m+Jb/(r^2)); x4; ((Kg*Kt)/(Ra))*u-m*g*x1*cos(x3)-2*m*x1*x2*x4-(Kt*Ke*x4)/(Ra)]/(Jv+m*x1^2)), [x1,x2,x3,x4]
B=jacobian([x2; (m*x1*x4^2-m*g*sin(x3))/(m+Jb/(r^2)); x4; ((Kg*Kt)/(Ra))*u-m*g*x1*cos(x3)-2*m*x1*x2*x4-(Kt*Ke*x4)/(Ra)]/(Jv+m*x1^2)), [u]];
C=[1 0 0 0];
D=0;

x1=0;
x2=0;
x3=0;
x4=0;
u=0;

A=subs(A);
B=subs(B);

%****Parametros del BolaViga ****
m = 0.066;           % Kg
r = 0.0127;          % m
g = -9.81;           % m/s^2
M = 0.26069;         % Kg
L = 0.845;           % m
Jb = (2/5)*m*r^2;    % Kg.m^2
Jv = (1/12)*M*L^2;   % Kg.m^2
%*****

%****Parametros del Motor Maxon A-max 32 236668 con reductor Planetario GP 32 C ****
Kt=0.0242;           % Nm/A
Ke=0.0242;           % V/(rad/s)
Ra=2.21;              % ohmios
Kg=18;                % adimensional
J=3.22e-6;            % Kg.m^2
%*****

%****Matrices de diseño para el LQR****
Qaum=[8.16 0 0 0; 0 6.25 0 0; 0 0 11.11 0; 0 0 0 0.44];
R=0.04;

%*****

%***** Calculo de las K por LQR ****

A=subs(A);
B=subs(B);

Aaum=[A zeros(4,1); -C 0];
Baum=[B; 0];
Kslqr=lqr(Aaum, Baum, Qaum, R);
Kplqr=Kslqr(1:1,1:4);
Kilqr=Kslqr(1:1,5:5);

puntosx1=[-0.35 -0.17 0 0.17 0.35];
K1 = [28.3252 29.8705 30.6463 29.8705 28.3252];
K2 = [21.1871 20.9998 20.9558 20.9998 21.1871];
K3 = [39.6817 38.5045 38.1439 38.5045 39.6817];
K4 = [4.5265 4.2183 4.1222 4.2183 4.5265];
Ki = [-12.7377 -12.7377 -12.7377 -12.7377 -12.7377];

P1=polyfit(puntosx1,K1,4);
P2=polyfit(puntosx1,K2,4);
P3=polyfit(puntosx1,K3,4);
P4=polyfit(puntosx1,K4,4);
Pi=polyfit(puntosx1,Ki,4);

```



## **Anexo H. Paper**

**DISEÑO, CONSTRUCCIÓN Y CONTROL DE UN SISTEMA  
ELECTROMECAÁNICO SUBACTUADO; EL SISTEMA  
“BOLA-VIGA”**

**Alberto José Echeverría Reina**  
[ajecheverria@gmail.com](mailto:ajecheverria@gmail.com)  
**Rubén Hernando Vaca Alzate**  
[vacing@hotmail.com](mailto:vacing@hotmail.com)

*Universidad Autónoma de Occidente*  
*División de Ingenierías – Ingeniería Mecatrónica*  
**Calle 25 # 115-85, kilómetro 2 vía Cali-Jamundí**  
*Cali, Colombia*

**Abstract:** La planta académica Sistema Electromecánico subactuado Bola-Viga permitirá a las personas involucradas en el área de la automática realizar practicas aplicando o implementado distintas técnicas de control, en este paper se muestra el diseño de un controlador óptimo por realimentación del espacio empleando la técnica LQR y se muestra el prototipo concebido y desarrollado bajo ciertas permisas.

**Keywords:** LQR, Subactuado, Lagrangiano, Nichrome

## 1. INTRODUCCIÓN

En la actualidad la automatización de los procesos en grandes y medianas industrias permite agilizar la producción y a su vez la calidad del producto dando como resultado mayor eficiencia a la hora de ahorrar energía y mejor rendimiento de la maquinaria y lo mejor mayores ingresos y estabilidad económica de una empresa a mediano plazo.

Según un estudio el 95% de la automatización industrial implementan controladores PID en plataformas como los microcontroladores y PLCs.

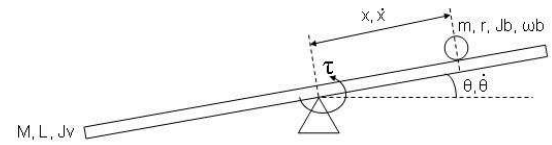
Cuando un proceso llega a complicarse ya sea por su no linealidad, complejidad etc. Y dichas técnicas de control PID no logra satisfacer completamente la automatización del proceso entonces ¿a que se recurre?. Pues bien por medio del sistema subactuado Bola-Viga desarrollado estudiante, Ingeniero etc. Podrán implementar técnicas de control novedosas y eficientes pero poco implementadas en la industria como el uso de la lógica difusa, técnicas de control moderno y control no lineal como modos deslizantes etc. de hecho hasta el mismo PID puede ser implementado en la planta desarrollada.

Finalmente este paper muestra el diseño de una técnicas de control en el espacio de estado para controlar el sistema Bola-Viga y se mostrara la eficiencia de este controlador como su velocidad de respuesta, poco esfuerzo de control etc.

## 2. MODELO MATEMATICO BOLA-VIGA

Para empezar a desarrollar cualquier tipo de controlador en el espacio de estado es necesario partir de una expresión matemática que describa la dinámica del sistema, por ello y gracias al método de energías de Lagrange se determina a continuación el modelo matemático del sistema Bola-Viga.

Fig. 1 Boceto del sistema Bola-Viga



Donde:

M: masa de la barra

L: longitud de barra

$J_v$ : momento de inercia de la barra

$\theta$ : ángulo de la barra

$\dot{\theta}$ : velocidad angular de la barra

m: masa de la bola

r: radio de la bola

$J_b$ : momento de inercia de la bola

$\omega_b$ : velocidad angular de la bola

x: posición de la bola

$\dot{x}$ : velocidad lineal de la bola

$\tau$ : torque aplicado a la barra

Energía cinética del sistema

$$T = \frac{1}{2} m \dot{x}^2 + \frac{1}{2} J_v \dot{\theta}^2 + \frac{1}{2} I \dot{\theta}^2 + \frac{1}{2} J_b \omega^2$$

Energía Potencial del sistema

$$U = mgx \sin \theta$$

Lagrangiano del sistema

$$L = \frac{1}{2} m \dot{x}^2 + \frac{1}{2} J_v \dot{\theta}^2 + \frac{1}{2} m x^2 \dot{\theta}^2 + \frac{1}{2} J_b \left( \frac{\dot{x}}{r} \right)^2 - mgx \sin \theta$$

Ecuaciones diferenciales de Lagrange

$$\left( \frac{\partial L}{\partial \dot{x}} \right) \frac{d}{dt} - \frac{\partial L}{\partial x} + \frac{\partial D}{\partial \dot{x}} = 0$$

$$\left( \frac{\partial L}{\partial \dot{\theta}} \right) \frac{d}{dt} - \frac{\partial L}{\partial \theta} + \frac{\partial D}{\partial \dot{\theta}} = \tau$$

Procediendo a derivar parcialmente el Lagrangiano y siguiendo el orden de las ecuaciones diferenciales de Lagrange se obtienen dos ecuaciones diferenciales que modelan la dinámica del sistema Bola-Viga.

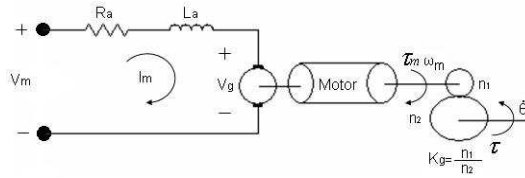
$$\left(m + \frac{J_b}{r^2}\right)\ddot{x} - m\dot{\theta}^2 + mg\sin\theta = 0$$

$$\left(J_v + m\dot{x}^2\right)\ddot{\theta} + 2mx\dot{\theta} + mgx\cos\theta = \tau$$

Si se tiene en cuenta que el torque se produce por un motor de corriente directa controlado por voltaje.

Donde:

Fig. 2. Esquemático de un motor DC



$V_m$ : voltaje de entrada

$V_g$ : voltaje contraelectromotriz

$R_a$ : resistencia de armadura

$L_a$ : inductancia de armadura

$I_m$ : Corriente de armadura

$J_m$ : inercia del motor

$K_g$ : Proporción de engranajes

$\tau_m$ : torque del eje del motor

$\tau$ : torque del eje del reductor

$\omega_m$ : velocidad angular del eje del motor

$\dot{\theta}$ : velocidad angular del eje del reductor

Aplicando al sistema eléctrico del motor la ley de voltaje de Kirchoff se tiene que:

$$V_m = L \frac{dI_m}{dt} + R_a I_m + V_g$$

Se puede despreciar el efecto de la inductancia. El voltaje contraelectromotriz es igual a la constante de velocidad del motor por la velocidad angular del rotor.

$$V_g = K_e \omega_m$$

Por otra parte el torque generado por el rotor es igual a la constante de torque del motor por la corriente de armadura del motor.

$$\tau_m = K_t I_m$$

$$\tau_m = \frac{K_t V_m}{R_a} - \frac{K_e K_t \omega_m}{R_a}$$

Si se tiene en cuenta el efecto de una caja reductora acoplada en el eje del motor, se tiene que la velocidad angular es inversamente proporcional a la reducción y el par directamente proporcional a la reducción. Además cabe destacar también que en un motor DC las constantes de velocidad y torque son muy similares por ello se tiene finalmente la siguiente expresión.

$$\tau = \frac{K_g K_e V_m}{R_a} - \frac{K_e^2 \dot{\theta}}{R_a}$$

Reemplazando este modelo del motor en el modelo del Bola-Viga se tiene el modelo final del sistema.

$$\left(m + \frac{J_b}{r^2}\right)\ddot{x} - m\dot{\theta}^2 + mg\sin\theta = 0$$

$$\left(J_v + m\dot{x}^2\right)\ddot{\theta} + \left(2mx\dot{\theta} + \frac{K_e^2}{R_a}\right)\dot{\theta} + mgx\cos\theta = \frac{K_g K_e}{R_a} V_m$$

### 2.1. Linealización del modelo matemático.

Primero se debe establecer el modelo matemático en variables de estado para ello se bautizan las variables diferenciales del siguiente modo.

$$x_1 = x \quad x_2 = \dot{x} \quad x_3 = \theta \quad x_4 = \dot{\theta} \quad u = V_m$$

Aplicando el concepto de matiz Jacobiana, siguiendo el modelo lineal en espacio de estado de un sistema SISO y reemplazando los valores de la tabla 1 de parámetros del sistema se obtiene el modelo lineal alrededor del origen (0,0,0,0).

Tabla 1. Parámetros físicos del sistema

Parámetros del sistema	Valor	Unidad
Masa de la barra (M)	0.26069	Kg
Longitud de la barra (L)	0.84	m
Momento de inercia de la barra ( $J_v$ )	0.0155	Kgm <sup>2</sup>
Masa de la bola (m)	0.066	Kg
Radio de la bola (r)	0.0127	m
Momento de inercia de la bola ( $J_b$ )	4.2581e-6	Kgm <sup>2</sup>
Aceleración gravitatoria (g)	-9.81	m/s <sup>2</sup>
Constante de velocidad del motor ( $K_v$ )	0.0242	V/rad/s
Constante de torque del motor ( $K_t$ )	0.0242	Nm/A
Resistencia de armadura del motor ( $R_a$ )	2.21	$\Omega$
Proporción de engranajes ( $K_g$ )	18	
Inercia del motor ( $J_m$ )	0.00000397	Kgm <sup>2</sup>
Inercia del reductor ( $J_r$ )	0.00000008	Kgm <sup>2</sup>

$$\dot{x} = Ax + Bu$$

$$y = Cx$$

$$\begin{bmatrix} \dot{x}_1 \\ \dot{x}_2 \\ \dot{x}_3 \\ \dot{x}_4 \end{bmatrix} = \begin{bmatrix} 0 & 1 & 0 & 0 \\ 0 & 0 & 7.0071 & 0 \\ 0 & 0 & 0 & 1 \\ 41.7404 & 0 & 0 & -0.0171 \end{bmatrix} \begin{bmatrix} x_1 \\ x_2 \\ x_3 \\ x_4 \end{bmatrix} + \begin{bmatrix} 0 \\ 0 \\ 0 \\ 12.7069 \end{bmatrix} u$$

$$y = [1 \ 0 \ 0 \ 0] \begin{bmatrix} x_1 \\ x_2 \\ x_3 \\ x_4 \end{bmatrix}$$

## 2.2. Análisis de estabilidad del sistema.

Para determinar la estabilidad del sistema Bola-Viga se procederá con ayuda de matlab a encontrar la matriz de autovalores.

$$[M, \text{Autovalores}] = \text{eig}(A)$$

Al aplicar el comando se tiene que

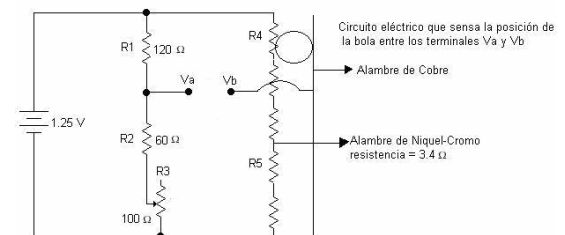
$$\text{Autovalores} = \begin{bmatrix} -4.1397 & 0 & 0 & 0 \\ 0 & -0.0043 + 4.1355i & 0 & 0 \\ 0 & 0 & -0.0043 + 4.1355i & 0 \\ 0 & 0 & 0 & 4.1312 \end{bmatrix}$$

La condición para que un sistema lineal sea estable es que todos los autovalores incluyendo la parte real de los complejos debe ser negativos para que garanticen la ubicación de los polos en el semiplano izquierdo del lugar geométrico de las raíces, en este caso tan solo hay un autovalor positivo y por ello el sistema Bola-Viga se vuelve inestable.

## 3. SENSORES IMPLEMENTADOS

Para el sistema Bola-Viga es necesario el uso de dos sensores. Uno de ellos para medir la posición de la bola a lo largo de la viga y el otro para medir el ángulo de giro de la viga. Los sensores seleccionados por su buena resolución, velocidad de respuesta y linealidad fueron los siguientes:

Fig. 3 Sensor Resistivo empleado con Nichrome



La figura 3. Muestra el circuito eléctrico de un puente de wheatstone empleado para medir la posición de la bola. La medida se obtiene de manera flotante entre los terminales a y b y por lo tanto requiere de un circuito de instrumentación que acondicione la señal.

Fig. 4 Encoder inteligente



La figura 4. Muestra un sensor óptico absoluto encargado de medir la posición angular de la viga y tiene la ventaja no requerir circuitos externos para su respectivo acondicionamiento.

#### 4. CONTROL DEL SISTEMA BOLA-VIGA

Como se requiere una bucla de control que en lo posible controle la posición de la bola se determino diseñar un seguidor de referencias con acción integral dentro del espacio de estados.

La ley de control viene dada por:

$$u = -Kx - \int K_i e(t) dt$$

Donde K son las ganancias de realimentación del estado y  $K_i$  es la ganancia integral.

Para hallar los parámetros de la ley de control se aplicara el concepto de control óptimo el cual consiste en calcular el vector de realimentación K tal que el sistema en lazo cerrado minimiza un índice de desempeño cuadrático J.

$$J = \int (x^T Q x + R^2 u R) dt$$

Para el cálculo de las ganancias de realimentación del estado y la integral es necesario partir de unas matrices de diseño Q y R. utilizando la regla del inverso de los cuadrados de las máximas desviaciones que se consideran admisibles para cada variable se tienen las siguientes matrices.

$$Q = \begin{bmatrix} 8.16 & 0 & 0 & 0 & 0 \\ 0 & 6.25 & 0 & 0 & 0 \\ 0 & 0 & 11.11 & 0 & 0 \\ 0 & 0 & 0 & 0.44 & 0 \\ 0 & 0 & 0 & 0 & 6.49 \end{bmatrix}, \quad R = [0.04]$$

Cabe destacar también que al utilizar una acción integral la planta aumenta su orden en uno, es decir el sistema será ahora de orden cinco por lo tanto las nuevas matrices de estado para hallar los valores de K y el valor de  $K_i$  cambiaran de la siguiente manera:

$$\dot{x} = A_M x + B_M u$$

$$y = Cx$$

Donde:

$$A_M = \begin{bmatrix} A & 0_{n \times 1} \\ -C & 0 \end{bmatrix}, \quad B_M = \begin{bmatrix} B \\ 0 \end{bmatrix}$$

Reescribiendo las nuevas matrices de estado se obtiene lo siguiente:

$$A_M = \begin{bmatrix} 0 & 1 & 0 & 0 & 0 \\ 0 & 0 & 7.0071 & 0 & 0 \\ 0 & 0 & 0 & 1 & 0 \\ 47.7404 & 0 & 0 & -0.0171 & 0 \\ -1 & 0 & 0 & 0 & 0 \end{bmatrix}, \quad B_M = \begin{bmatrix} 0 \\ 0 \\ 0 \\ 12.7069 \\ 0 \end{bmatrix}$$

$$C = [1 \ 0 \ 0 \ 0 \ 0]$$

Con ayuda de un comando de matlab, el cual internamente dentro de su algoritmo encuentra la solución de la ecuación de Ricatti se procederá a calcular las ganancias K y  $K_i$  de la siguiente manera.

$$GK = \text{lqr}(A_M, B_M, Q, R)$$

Esta orden arroja el siguiente vector:

$$[30.6463 \quad 20.9558 \quad 38.1439 \quad 4.1222 \quad -12.7377]$$

Donde K son las cuatro primeras posiciones y  $K_i$  es la quinta.

Fig. 5. Bucla de control

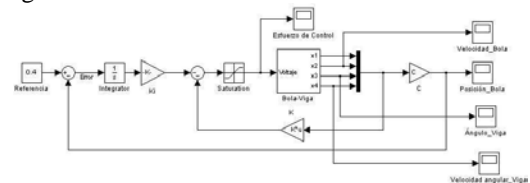
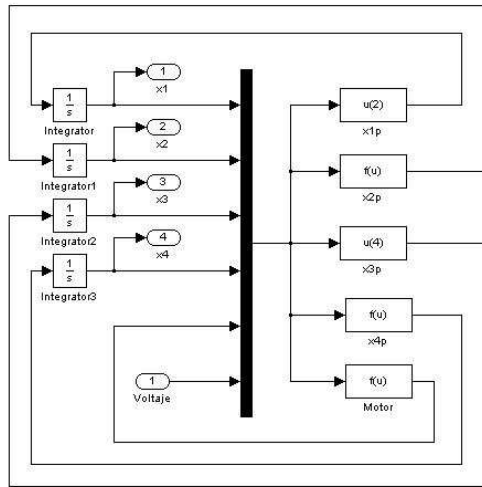


Fig. 6 Subsistema Bola-Viga



Introduciendo las ganancias  $K$  y  $K_i$  en la bucla de control y partiendo como condición inicial  $-0.35$  m es decir físicamente el extremo izquierdo de la viga se obtuvo los siguientes resultados.

Fig. 7 Respuesta temporal de la Posición de la bola

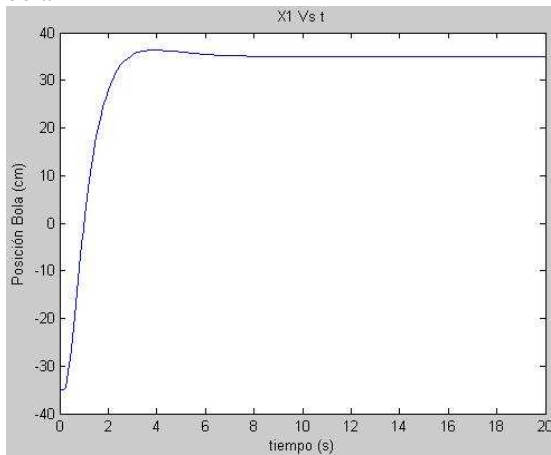


Fig. 8. Respuesta temporal de la velocidad de la bola.

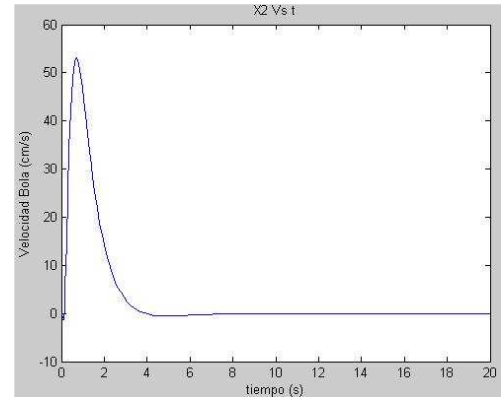


Fig. 9. Respuesta temporal del ángulo de la viga.

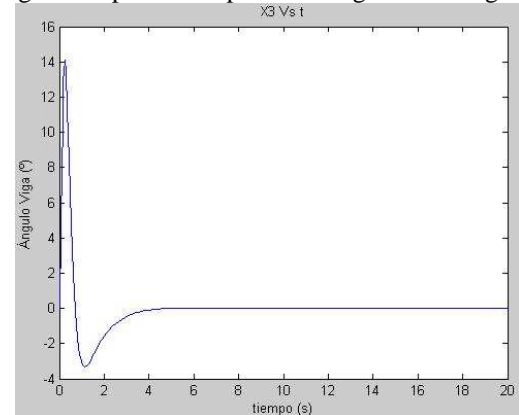


Fig. 10. Respuesta temporal de la velocidad angular de la viga.

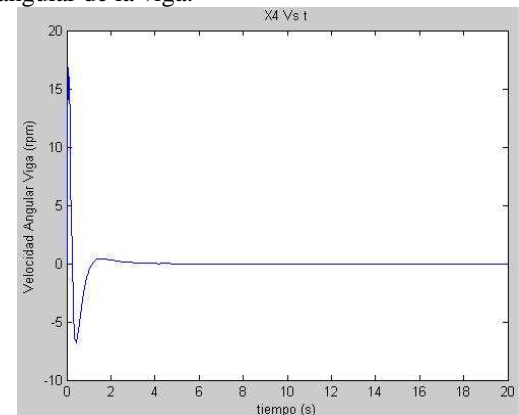
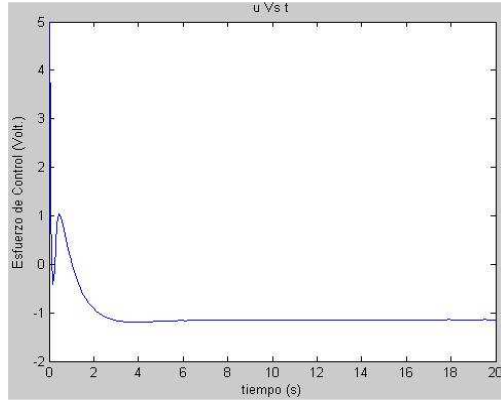


Fig. 11. Respuesta temporal del esfuerzo de control del actuador.

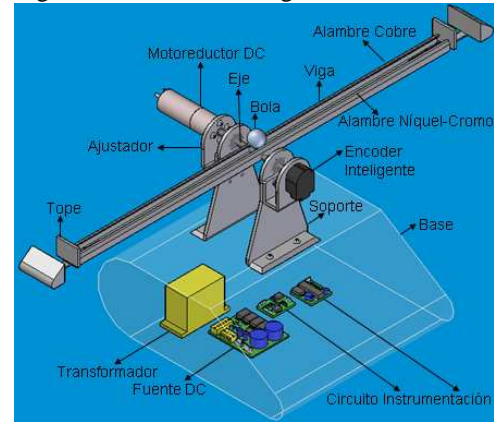


Los resultados son excelentes la viga se inclino un máximo de  $14^\circ$  a una velocidad angular máxima de 17 rpm provocando la velocidad máxima de la bola de 50cm/s suficiente para llegar y estabilizarse en a la posición deseada en 4 segundos desde un extremo de la viga al otro. Y el esfuerzo de control máximo alcanzado fue 5V pero en tan solo milésimas de segundo y luego se estabiliza en 1V para mantener energizado el actuador y así sostener la bola con el suficiente torque.

## 5. DISEÑO DEL DISPOSITIVO SUBACTUADO

Una identificación de necesidades, un estudio de benchmarking, identificación de métricas, determinación de especificaciones, selección del concepto desarrollado, selección de la arquitectura, valoración de un buen e impactante diseño industrial, un análisis de costos y manufactura y un diseño de ingeniería involucrando áreas como la electrónica aplicada a sistemas de medición, diseño mecánico y sistemas de control conlleva al grupo de diseño a desarrollar el siguiente prototipo.

Fig. 12. Sistema Bola-Viga Desarrollado



## 6. CONCLUSIONES

- 6.1 Aunque el dispositivo desarrollado tiene como título “sistema electromecánico subactuado” es perfectamente un sistema mecatrónico debido a que las áreas involucradas en la investigación son muchas como diseño electrónico sistemas microprocesados, sistemas en tiempo real, diseño mecánico, sistemas de control, desarrollo de software y diseño concurrente de todas estas disciplinas.
- 6.2 La técnica de control LQR es muy robusta debido a que minimiza un índice de desempeño cuadrático e implícitamente ubica los polos tal que el sistema en lazo cerrado tenga un comportamiento deseado.
- 6.3 La importancia del diseño y desarrollo de esta planta académica “Sistema Bola-Viga” radica en que los estudiantes involucrados en áreas como la automática, informática, electrónica podrán realizar prácticas para sus cursos y ejecutar proyectos de investigación para mejorar en algún aspecto el producto.



## RECONOCIMIENTOS

Agradecimientos muy sinceros a todos los profesores que aportaron sus conocimientos durante nuestra formación académica.

A nuestro director Freddy Naranjo Pérez, al Ingeniero Cesar Marino Rojas por sus aportes en el proyecto.

A la Vicerrectoría de Investigaciones y Desarrollo Tecnológico de la Universidad Autónoma de occidente por darnos la oportunidad de presentar y realizar este proyecto bajo su respaldo.

## REFERENCIAS

Ball and Beam Control System [en línea]. Seúl, Korea: Yonsei University, 2002. [consultado 10 julio, 2005]. Disponible en Internet <http://yeics.yonsei.ac.kr/tutorial/Ball&Beam.pdf>

NORTON, Robert L. Diseño de Máquinas. Mexico: Prentice Hall, 1999. 1048 p.

OGATA, Katsuhiko. Ingeniería de Control Moderna. México: Prentice Hall, 1993. 997 p

Robotic Ball Balancing Beam [en línea]. Boston, USA: Massachussets Institute Technology, 1996. [consultado 16 febrero, 2004]. Disponible en Internet <http://www.bea.st/sight/rbbb/>

Ulrich, Kart T. Y Eppinder, Steven D. Product Design and Development. 2 ed. Boston, USA: McGraw Hill, 2000. 358 p.